

## **תל-אביב**

הפקולטה להנדסה ע"ש איבי ואלדר פליישמן

המחלקה להנדסת חשמל - מערכות

# **איתור מיקום קריאת מצוקה של טלפון סלולארי באמצעות שיערוך קלמן פילטר מוטה QR ממסוק הצלה**

חיבור זה הוגש לקראת התואר "מוסמך אוניברסיטה"

בהנדסת חשמל ואלקטרוניקה באוניברסיטת תל-אביב

על - ידי

**ניר בן-דבורה**

## **אוניברסיטת תל-אביב**

הפקולטה להנדסה ע"ש איבי ואלדר פליישמן

המחלקה להנדסת חשמל - מערכות

# **איתור מיקום קריאת מצוקה של טלפון סלולארי באמצעות שיערוך קלמן פילטר מוטה QR ממסוק הצלה**

חיבור זה הוגש לקראת התואר "מוסמך אוניברסיטה"

בהנדסת חשמל ואלקטרוניקה באוניברסיטת תל-אביב

על - ידי

## **ניר בן-דבורה**

העבודה נעשתה במחלקה להנדסת חשמל-מערכות

בהדרכת פרופ' בן-ציון בוברובסקי

אוגוסט תשס"ד

ברצוני להודות לפרופ' בוברובסקי, אשר הייתה לי הזכות ללמוד ממנו לגבי הנושאים שנחקרו בעבודה זו והרבה מעבר לכך, וכן שסייע רבות להבאת עבודה זו לסיימה.

## תקציר

איתור מקום של טלפון סלולארי הפך להיות במוקד המחקר החל משנת 1996, בה פורסמו דרישות ה-FCC (E-911) לתחום התקשורת הסלולארית. על פי דרישות אלו, יש צורך להעביר מיקום קריאת מצוקה (קריאת E911) לתחנת חירום קרקעית (PSAPs, Public Safety Answering points), לצורך העברת טיפול מתאים לקורא. מאז פרסום דרישות ה-FCC פורסמו מספר שיטות למציאות המיקום תוך שימוש בטריאנגולציה ממספר תחנות בסיס הקולטות את הטלפון הסלולארי או שימוש ב-GPS. השיטות הקיימות אינן נותנות מענה מלא ובמצבים מסויימים, כמו בשטחים כפריים או במקומות תת-קרקעיים, עדיין לא ניתן להגיע לדיוק הנדרש. בעבודה זו מוצגת דרך משלימה לאיתור מיקום של טלפון סלולארי בקריאות מצוקה. דרך זו משלימה את השיטות הקיימות בכך שהיא יכולה לתת פתרון גם במקומות בהם לא ניתן להקים את התשתית הנדרשת. השיטה המוצגת בעבודה זו, מבוססת על שערך המיקום באמצעות פילטר קלמן המורחב מוטה QR ממסוק הצלה, אשר יוצא לצורך טיפול באדם שבמצוקה. אופן השערך בעבודה זו חדשני בכך שהוא מציג תפישה של מערך אנטנות יחיד, המבצע את שערך המיקום במהלך תנועה שלו, וע"י כך מבצע מעין טריאנגולציה חכמה על המדידות המתקבלות מהנקודות השונות של התנועה. בעבודה זו קיים ניתוח במספר מישורים. בחינת שיטות השערך הקיימות, אופן פעולתן והדיוקים המושגים בהן. בחינה זו נדרשה לצורך השוואת המשערך המוצע לשיטות הקיימות. תחילה הותאם משערך פילטר הקלמן לבעיה באופן מיטבי תוך פיתוח מודל תנועה מדויק, המתבסס על נתוני הנווט של המסוק ותוך שימוש במדידות הגולמיות המתקבלות בכל אנטנה לחוד ללא כל עיבוד מקדים על הנתונים. בכך מבוצעת במהלך השערך אינטגרציה לאורך זמן על הנתונים הנמדדים וניתן להגיע לשגיאות קטנות כתלות בזמן השערך. בוצעו סימולציות למדידת דיוקי השערך והשוואה לחסם Cramer Rao. בנוסף לסימולציות אלו, בוצעה בחינת רגישות השערך לפרמטרים שונים, המשפיעים על השערך, כמו בחינת קצבי הדגימה הדרושים, רגישות לתנאי התחלה, שגיאות מודל ורעשי מדידה. בעבודה זו מוצעות ונבדקות שיטות על מנת להתגבר על הבעיות שנוצרו מאי התאמות אלו תוך שימוש בהטיית מטריצות Q ו-R, לצורך מניעת התבדרות המשערך. בביצוע מספר סימולציות דוגמא מייצגות ניתן לראות כי שגיאות השערך נעות בין מטרים בודדים, במקרה בו הפילטר מכויל באופן מיטבי, לבין כ-50 מטר במקרים בהם הפילטר לא היה מכויל למסוק הצלה. כאמור, ניתן להקטין את השגיאה אם זמן השערך יגדל. דיוקים אלה טובים מהדיוקים שנקבעו ע"י ה-FCC, ולכן במקרים בהם השיטות הקיימות לא מגיעות לדיוקים מספיקים ניתן להשתמש בשיטה זו. בנוסף לניתוח מישורים אלו, בוצעה הערכת ביצועים בהשוואה למשעך EKF ללט הטיה או למשערכים מודרניים כמו Unscented Kalman Filter או Particle Kalman Filter. משערך הקלמן המוטה QR מביא לביצועים טובים יותר ממשערך ה-EKF הקונבנציונאלי, אך בחישוביות נמוכה בהרבה מהמשערכים המודרניים.

## תוכן עניינים

2	1.מבוא	2
4	1.1 תאור הדרישות של ה-FCC (E911) [1]	4
5	1.2 תאור כללי של הפתרונות הקיימים	5
7	1.3 תאור הפתרון המוצע והאופן בו הוא משלים פתרונות קיימים	7
12	1.4 יישומים נוספים בהם ניתן להשתמש בפתרון זה	12
12	1.5 מבנה העבודה	12
13	2.רקע טכני	13
13	2.1 הסבר כללי על אופן פעולתם של הטלפונים הסלולאריים	13
14	2.2 הבעיות והאתגר במציאת מיקום	14
14	2.2.1 בעיית ה-Multipath [11],[16]	14
15	2.2.2 העדר Line Of Sight (LOS)	15
15	2.2.3 בעיית קרוב-רחוק (Near Far Problem)	15
15	2.2.4 אי קליטת מספר מספיק של תחנות בסיס	15
16	2.2.5 קיום שידור (Reverse Link) מהמשתמש לתחנת הבסיס	16
16	2.2.6 הבדלי גובה בין תחנת הבסיס למכשיר הסלולארי	16
17	2.3 השיטות השונות שפותחו למציאת המיקום עד עתה	17
17	2.3.1 סוג מערכות מדידת המיקום	17
17	2.3.2 מדידת המיקום תוך שימוש ב-GPS ו-Assisted GPS [10]	17
18	2.3.3 מדידת המיקום תוך שימוש במדידת עוצמות - Signal Strength	18
19	2.3.4 מדידת המיקום תוך שימוש במדידת Angle Of Arrival - AOA	19
20	2.3.5 מדידת המיקום תוך שימוש במדידת Time Of Arrival - TOA	20
20	2.3.6 מדידת המיקום תוך שימוש במדידת Time Difference of Arrival - TDOA	20
21	2.3.7 ביצועי השיטות הקיימות	21
23	2.4 מודלים מתמטיים הנדרשים לפיתוח	23
23	2.4.1 מודל התפשטות הגל האלקטרומגנטי	23
24	2.4.2 טיפול ברעשים תרמיים	24
26	3.הפתרון המוצע	26
26	3.1 תאור המערכת	26
27	3.2 מודל התנועה	27
31	3.3 שיקולים בבחירת מודל התנועה	31
31	3.3.1 בחירת קואורדינטות גוף, קואורדינטות מקבילות או קואורדינטות UTM	31
31	3.3.2 בחירת וקטור גוף קרטזי או וקטור גוף פולארי	31
33	3.3.3 פיתוח מודל התנועה עם קואורדינטות גוף פולאריות	33

37	שיקולים בייצוג המדידות	3.4
37	מדידות מעובדות	3.4.1
38	מדידות גולמיות	3.4.2
40	ייצוג המדידות במערכת TDMA ו-CDMA	3.4.3
41	ייצוג עקומי האנטנה	3.5
43	שיקולים במימוש הפילטר וסימולציות	4
43	תאור יעפי הבדיקה	4.1
45	השפעת קצב הדגימה	4.2
49	גרפי $P(-)$ ו- $P(+)$ בקצבי דגימה שונים	4.2.1
51	גרפי ההפרש בין $P(-)$ ל- $P(+)$ ביחס ל- $P(-)$	4.2.2
54	שגיאות המיקום המתקבלות	4.2.3
56	רגישות לתנאי התחלה	4.3
59	פתרון בעיית הרגישות לתנאי התחלה באמצעות שינוי $\delta$ בזמן	4.3.1
63	פתרון בעיית הרגישות לתנאי התחלה באמצעות קוואריאנס רעש המודל Q	4.3.2
65	הוספת רעש	4.4
76	אי התאמה בין עקומי האנטנות בפועל למודל המוחלק שלהם	4.5
76	קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 8	4.5.1
79	קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 15	4.5.2
82	קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 25	4.5.3
87	חסם Cramer Rao לשגיאת השערוך	4.6
90	שיפורים וחקירות להמשך	5
91	סיכום ומסקנות	6
92	רשימת מקורות	7
94	נספחים	8
94	תאור מודל פילטר קלמן	8.1
94	פילטר קלמן למודלים ליניאריים (KF)	8.1.1
96	פילטר קלמן למודלים לא ליניאריים (EKF)	8.1.2

## רשימת סימנים ומונחים

$G(\theta, \varphi)$	Antenna Pattern
$\vec{X}_B$	Body coordinates of cellular phone
$\vec{X}_{Par}$	Parallel coordinates of cellular phone
$\vec{X}_P$	Polar coordinates of cellular phone
$P_{in}$	Power receive in helicopter
$P_{out}$	Power transmitted from cellular phone
$N_0 / 2$	Spectral density of thermal noise
$\vec{X}_R$	UTM coordinates of cellular phone
$\delta$	Constant that multiply noise covariance matrix
$\theta, AZ$	Azimuth between helicopter to cellular phone
$\varphi, EL$	Elevation helicopter to cellular phone
AMPS	Advanced Mobile Phone Service
AOA	Angle Of Arrival
CDMA	Code Division Multiple Access
CNR	Carrier to Noise Ratio
DTOA	Difference Time Of Arrival
FCC	Federal Communications Commissions
FDMA	Frequency Division Multiple Access
GPS, A-GPS	Global Positioning System, Assisted Global Positioning System
GSM	Group Special Mobile
k	Boltsman constant
L	RF air loss
LOS	Line Of Sight
PSAP	Public Safety Answering Point
Q	Model covariance matrix
R	Noise covariance matrix
R	Range between helicopter to cellular phone
T	Temperature (in Kelvin)
t	Time
TDMA	Time Division Multiple Access
TOA	Time Of Arrival
z	Measurement of signal strength

## רשימת תרשימים

8	תרשים 1.1 - שערך מיקום הטלפון הסלולארי תוך כדי תנועה אליו
18	תרשים 2.1 - מדידת המיקום בשיטת מדידת העוצמות (או TOA)
19	תרשים 2.2 - מדידת המיקום בשיטת AOA
20	תרשים 2.3 - מדידת המיקום בשיטת TDOA
24	תרשים 2.4 - דגימת מדידות המערכת
26	תרשים 3.1 - התקנת האנטנות הכווניות בצדי המסוק
27	תרשים 3.2 - תאור מרחבי של הבעיה
32	תרשים 3.3 - תאור שגיאות צפויות במקרה של שערך קרטי
37	תרשים 3.4 - ערוץ עיבוד נתונים
41	תרשים 3.5 - קרוב עקום הקרינה כתלות בזווית הציוד ושגיאת הקרוב
42	תרשים 3.6 - קרוב עקום הקרינה כתלות בזווית ההגבהה ושגיאת הקרוב
43	תרשים 4.1 - תאור מסלול המסוק בסימולציה
44	תרשים 4.2 - תאור קואורדינטות גוף פולאריות של מיקום הטלפון עבור יעפים 1, 2 ו-3
49	תרשים 4.3 - מטריצות הקואוריאנס של השגיאה בהרצה עם $\Delta T=5$ SEC
49	תרשים 4.4 - מטריצות הקואוריאנס של השגיאה בהרצה עם $\Delta T=1$ SEC
50	תרשים 4.5 - מטריצות הקואוריאנס של השגיאה בהרצה עם $\Delta T=0.1$ SEC
50	תרשים 4.6 - מטריצות הקואוריאנס של השגיאה בהרצה עם $\Delta T=0.05$ SEC
51	תרשים 4.7 - ההפרש בין $P(-)$ ו- $P(+)$ ביחס ל- $P(-)$ עבור יעף 1 בקצבי דגימה שונים
51	תרשים 4.8 - ההפרש בין $P(-)$ ו- $P(+)$ ביחס ל- $P(-)$ עבור יעף 2 בקצבי דגימה שונים
52	תרשים 4.9 - ההפרש בין $P(-)$ ו- $P(+)$ ביחס ל- $P(-)$ עבור יעף 3 בקצבי דגימה שונים
52	תרשים 4.10 - שגיאות השערך עבור יעף מספר 1
53	תרשים 4.11 - שגיאות השערך עבור יעף מספר 2
53	תרשים 4.12 - שגיאות השערך עבור יעף מספר 3
54	תרשים 4.13 - תאור שגיאות המיקום
55	תרשים 4.14 - שגיאות המיקום עבור יעף מספר 1
55	תרשים 4.15 - שגיאות המיקום עבור יעף מספר 2
56	תרשים 4.16 - שגיאות המיקום עבור יעף מספר 3
57	תרשים 4.17 - שערך זווית ה-AZ
57	תרשים 4.18 - שערך זווית ה-EL
58	תרשים 4.19 - שערך הטווח
58	תרשים 4.20 - שערך ה-ERP
60	תרשים 4.21 - השפעת $\delta$ על השגיאות עבור יעף מספר 1
60	תרשים 4.22 - מטריצת הקואוריאנס עבור יעף מספר 1
61	תרשים 4.23 - השפעת $\delta$ על השגיאות עבור יעף מספר 2
61	תרשים 4.24 - מטריצת הקואוריאנס עבור יעף מספר 2
62	תרשים 4.25 - השפעת $\delta$ על השגיאות עבור יעף מספר 3
62	תרשים 4.26 - מטריצת הקואוריאנס עבור יעף מספר 3
63	תרשים 4.27 - השפעת Q על השגיאות עבור יעף מספר 1
64	תרשים 4.28 - מטריצת הקואוריאנס עבור יעף מספר 1
65	תרשים 4.29 - שגיאת השערך בזווית ה-AZ



66	תרשים 4.30 - שגיאת השערוך בזוית ה-EL
66	תרשים 4.31 - שגיאת השערוך בטווח
67	תרשים 4.32 - שגיאת השערוך ב-ERP
67	תרשים 4.33 - שגיאת המיקום
68	תרשים 4.34 - שגיאת השערוך בזוית ה-AZ
68	תרשים 4.35 - שגיאת השערוך בזוית ה-EL
69	תרשים 4.36 - שגיאת השערוך בטווח
69	תרשים 4.37 - שגיאת השערוך ב-ERP
70	תרשים 4.38 - שגיאת המיקום
71	תרשים 4.39 - שגיאות השערוך עבור יעף מספר 1 ברעשים שונים
71	תרשים 4.40 - מטריצת הקוואריאנס עבור יעף 1 ברעשים שונים
72	תרשים 4.41 - השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 1 ברעשים שונים
72	תרשים 4.42 - שגיאות השערוך עבור יעף מספר 2 ברעשים שונים
73	תרשים 4.43 - מטריצת הקוואריאנס עבור יעף 2 ברעשים שונים
73	תרשים 4.44 - השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 2 ברעשים שונים
74	תרשים 4.45 - שגיאות השערוך עבור יעף מספר 3 ברעשים שונים
74	תרשים 4.46 - מטריצת הקוואריאנס עבור יעף 3 ברעשים שונים
75	תרשים 4.47 - השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 3 ברעשים שונים
75	תרשים 4.48 - ממצוע השגיאות עבור שלשת היעפים לאחר 100 שניות
76	תרשים 4.49 - עקום האנטנה והשגיאה עבור 8 מקדמי פולינים
77	תרשים 4.50 - שערוך הכוון
77	תרשים 4.51 - שערוך ההגבהה
78	תרשים 4.52 - שערוך הטווח
78	תרשים 4.53 - שערוך ה-ERP
79	תרשים 4.54 - שגיאת המיקום
79	תרשים 4.55 - עקום האנטנה והשגיאה עבור 15 מקדמי פולינים
80	תרשים 4.56 - שערוך הכוון
80	תרשים 4.57 - שערוך ההגבהה
81	תרשים 4.58 - שערוך הטווח
81	תרשים 4.59 - שערוך ה-ERP
82	תרשים 4.60 - שערוך המיקום
82	תרשים 4.61 - עקום האנטנה והשגיאה עבור 25 מקדמי פולינים
83	תרשים 4.62 - שערוך הכוון
83	תרשים 4.63 - שערוך ההגבהה
84	תרשים 4.64 - שערוך הטווח
84	תרשים 4.65 - שערוך ה-ERP
85	תרשים 4.66 - שגיאת המיקום
85	תרשים 4.67 - השגיאות עבור יעף 1 עם מקדמי פולינום שונים
86	תרשים 4.68 - השגיאות עבור יעף 2 עם מקדמי פולינום שונים
86	תרשים 4.69 - השגיאות עבור יעף 3 עם מקדמי פולינום שונים
88	תרשים 4.70 - חסם CRAMER RAO עבור יעף מספר 1
88	תרשים 4.71 - חסם CRAMER RAO עבור יעף מספר 2
89	תרשים 4.72 - חסם CRAMER RAO עבור יעף מספר 3

**רשימת טבלאות**

6	טבלה 1.1 - השוואה בין שיטות מדידת המיקום של הטלפון הסלולארי
7	טבלה 1.2 - הסתברות לקליטת הטלפון ב-3 תחנות בסיס בהספקים שונים בתאי שטח שונים
7	טבלה 1.3 - השוואה בין יישומים
22	טבלה 2.1 – סיכום שיטות המדידה הקיימות והשימוש בהן
27	טבלה 3.1 - מערכות הצירים הנדרשות לפיתוח מודל התנועה

## 1. מבוא

איתור מקום של טלפון סלולארי הפך להיות במוקד המחקר החל משנת 1996, בה פורסמו דרישות ה-FCC (E-911) לתחום התקשורת הסלולארית [1][2]. על פי דרישות אלו, יש צורך להעביר קריאת מצוקה (קריאת E911) לתחנת חירום קרקעית (PSAPs) Public Safety Answering points לצורך העברת טיפול מתאים לקורא.

דרישות אלו של ה-FCC, יצרו את המניע העיקרי לספקיות השרות הסלולארי לאיתור ומעקב אחר כל משתמש בטלפון הסלולארי, אך בנוסף לכך קיימים מניעים עסקיים וכלכליים נוספים, שהביאו אינטרס נוסף לאיתור המיקום של המשתמשים.

בעקבות דרישות ה-FCC, ניתנו מספר פתרונות לאיתור המיקום [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. חלק מפתרונות אלו נתנו מענה לדרישות ובדיוקים הדרושים במרבית המקרים, אך לא הביאו לפתרון מלא בכל המקרים.

לאחר בחינת הנושא מחדש ניתנו באוקטובר 2001 מספר הנחות לחברות הסלולאריות [2] כאשר:

- עד סוף 2002 – 100% מכלל המכשירים החדשים הנמכרים יהיו בעלי יכולת איתור מיקום.
  - עד סוף 2005 – הרשת הסלולארית בכללותה תהיה בעלת יכולת איתור מיקום בקריאת מצוקה.
- בעבודה זו מתואר פתרון נוסף לאיתור המיקום באמצעות שערך ממסוק הצלה המשלים את הפתרונות הקיימים. פתרון זה יכול לשמש במקרים הבאים:
- במקומות לא קיימת עדיין הטכנולוגיה לאיתור המיקום על ידי הרשת עצמה או מדינות שלא מיישמות את דרישות ה-FCC.
  - במקומות בהן עלות התשתית לאיתור המיקום יקר וניתן להשתמש בפתרון חלופי.
  - אזורים בהם החילוץ בכל מקרה מבוצע ע"י מסוק (כמו אזורים הרריים בהם אין גישה או אזורי שלג).
  - חברות הרוצות להוזיל את מכשיר הטלפון הסלולארי ולא להכניס רכיבים לאיתור מיקום המייקרים את המכשיר.

קיימים מגוון יישומים לאיתור מיקום סלולארי מלבד קריאות מצוקה. להל"ן סיכום היישומים השונים:

### • קריאת מצוקה

לפי סקרים שבוצעו ע"י ה-FCC [2], יותר משליש מקריאות המצוקה בשנה מבוצעות מטלפון סלולארי ועומדות על יותר מ-50 מליון שיחות בשנה. לכן, ברגע הפעלת קריאת מצוקה E911, יש צורך לאתר את מיקום הקורא, באופן מיידי, ולהעביר אותו לתחנת ההצלה המרכזית (PSAP) לצורך טיפול בקורא.

- **חיוב לפי אזורי שיחה**

חיוב לפי אזורי שיחה יאפשר להציע מחירים שונים ללקוח אם הוא בבית, במשרד או בכביש [7]. באמצעות אופציה זו יכולות ספקיות השרות הסלולארי להציע אפשרויות מחירים נוספות ללקוחותיהם ולגרום לכך שלקוחות נוספים יצטרפו אליהם. אפשר אופציה זו מחייבת איתור המיקום של המשתמש הסלולארי בדיוקים גבוהים מאוד, לשם איתור מיקומו לביצוע החיוב.

- **העברת מידע רלוונטי לאזור**

ידיעת המיקום של המשתמש בכל רגע תאפשר העברת מידע רלוונטי לאזור בו נמצא המשתמש [8]. מידע כזה יכול להיות דפי זהב מקומיים, פרסומות רלוונטיות או מידע על מאורעות מיוחדים המתקיימים במקום. יישום זה ישפר את שרות ספקיות השרות הסלולארי ללקוחותיהם, ויאפשר להם להגדיל את הרווחים כתוצאה מהפרסומים.

- **העברת מיקום לצורך נווט**

פעמים רבות מטיילים או נהגים בכלי רכב שונים נאלצים לנווט על מנת להגיע ממקום למקום. חוסר ידיעת המיקום הנוכחי מקשה על תהליך הנווט ויכולה פעמים רבות לגרום להגעה למקום שונה מהרצוי. אם מיקום המשתמש הסלולארי יהיה ידוע בכל רגע, ניתן יהיה להעביר אותו חזרה למשתמש ולהציג לו את מיקומו בכל רגע [8].

- **טיפול בגנבת שיחות**

ספקיות השרות הסלולארי מעריכות כי אחוז אחד מכלל השיחות מקורו בגנבת שיחות [7]. העלות השנתית כתוצאה מגנבות אלו מגיעה ליותר מ-500 מליון דולר. ללא איתור של מיקום השיחה יהיה קשה מאוד למגר את התופעה.

- **ניהול ציי רכב**

הדרישה העיקרית בניהול ציי רכב היא ידיעת המיקום של כל רכב בכל רגע. לשימוש זה קיימים יישומים המשתמשים בטכנולוגיה אחרת למעקב אחר מיקום כלי הרכב. באמצעות הוספת האפשרות לטלפונים הסלולאריים ניתן יהיה לשלב ניהול ציי רכב באופן מיידי ובמחיר נמוך גם לחברות שמתקשות לשלב את המערכות הקיימות [7],[8]. ניתן להשתמש באפשרות זו גם ברכבי משטרה, אמבולנסים, או מוניות וע"י כך לשפר את איכות השרות.

- **ניהול יעיל יותר של הספקטרום והתאים הסלולאריים**

ניתן לשפר באופן משמעותי את יעילות התאים והמערכות הסלולאריות, תוך ידיעת מיקומו של המשתמש [7],[8]. השיפור יכול להתבטא בשידור כווני לעבר המשתמש, החלטות נכונות יותר מתי לבצע את מעבר התקשורת לתא אחר כאשר המשתמש עובר בין תאים. ניתן לנהל משאבים באופן יעיל יותר, ולהקצות ערוצים בהתבסס על ידיעת המיקום של המשתמש.

במרבית היישומים נדרשת ידיעת מיקום המשתמש בדיוקים גבוהים. דרישה זו פוגעת בפרטיותו של המשתמש, ולכן יש למצוא את הדרך הנכונה בין ביצוע היישום לבין אי פגיעה בפרטיות המשתמש.

בעיית מציאת מיקום המשתמש אינה פשוטה מכיוון שמכשירי הטלפון לא ייועדו להעברת המיקום שלהם, ולכן היא מהווה אתגר מחקרי. לצורך מתן מענה ליישומים אלו פותחו מספר שיטות לאיתור מיקום הטלפון הסלולארי [4][10], [9], [8], [7], [6], [5]. ניתן לחלק את השיטות הקיימות לאיתור המיקום לאחת מהדרכים הבאות [5], [8]:

- Network-Based - קליטת המכשיר הסלולארי ממספר תחנות בסיס וחישוב המיקום בתחנות הבסיס. שיטה זו אינה מאפשרת שמירה על פרטיות המשתמש. (למשל TDOA, AOA).
- Network-Assisted – ביצוע עיבוד ראשוני במכשיר הסלולארי והעברת המידע להמשך טיפול בתחנות הבסיס (למשל Qualcomm's E911 בה משודרות הקליטות הגולמיות של GPS לתחנות הבסיס).
- Handset Based – חישוב המיקום מבוצע בטלפון הסלולארי עצמו. תחנות הבסיס יכולות לעזור ולהעביר נתונים לצורך החישוב (למשל A-GPS, AFLT, E-OTD, EFLT).

שיטות אלו אינן נותנות פתרון מלא לכל היישומים, במיוחד באזורי שטח כפריים או באזורים בין עירוניים, בהם מספר התאים הקולטים את הטלפון הסלולארי קטן. כיסוי מקיף יותר באזורים אלו מייקר את הוצאות חברות הטלפון, מכיוון שמספר המשתמשים שם קטן. בעיה נוספת להגיע לדיוקים גבוהים קיימת גם באזורים תת-קרקעיים בהם אין קליטה מספקת של האותות. למרות שמספר המשתמשים באזורי שטח כפרי קטן יותר, הסיכוי לקריאת מצוקה באזורים אלו גבוה. באזורים אלו במיוחד, עדיין אין פתרון מלא לדרישות ה-FCC ונדרשים פתרונות אחרים למתן מענה על הדרישות [6].

### **1.1 תאור הדרישות של ה-FCC (E911) [1]**

דרישות ה-FCC לאיתור קריאות מצוקה החלו להתפרסם ב-26 ביולי 1996, בהם התפרסמו מספר מועדים בהקמת התשתית. על פי הדרישות שפורסמו לראשונה, חברות הסלולארי צריכות היו לעמוד בשני שלבים.

#### **• שלב 1 (Phase 1)**

בשלב זה, שאמור היה להסתיים בסוף 1998, כל חברות הסלולארי תהינה בעלות יכולת לספק את מיקום קריאת המצוקה ל-PSAP, ברזולוציה של התא בו התרחשה קריאת המצוקה. בנוסף, יועבר גם מספר הטלפון שקרא למצוקה, לצורך הקמת קשר עם הקורא כאשר הקשר נותק.

#### **• שלב 2 (Phase 2)**

בשלב זה שאמור להסתיים באוקטובר 2000, יועבר מיקום קריאת המצוקה ל-PSAP, בדיוק של 125 מטר לפחות ב-67 אחוזים מכל קריאות המצוקה.

לאור ההתקדמות בוצעו, באוגוסט 2000, מספר תיקונים לשלבים אלו, בעיקר עבור פתרונות הדורשים שילוב יכולות זיהוי בטלפון עצמו:

- סיום שלב 2 נדחה לנובמבר 2000.
- באוקטובר 2001, על כל החברות להתחיל במכירת טלפונים בעלי יכולת זיהוי מיקום.
- עד דצמבר 2001, 25% מכל הטלפונים החדשים, ימכרו עם יכולת זיהוי מיקום.
- עד יוני 2002, 50% מכל הטלפונים החדשים, ימכרו עם יכולת זיהוי מיקום.
- עד דצמבר 2002, 100% מכל הטלפונים החדשים, ימכרו עם יכולת זיהוי מיקום.
- עד דצמבר 2005, כל הטלפונים הסלולאריים יהיו בעלי יכולת זיהוי מיקום.

מספרים אלו נקבעו בהסכמה של FCC, Cellular Telephone Industry Association (CTIA), ומפתחים של אמצעים למציאת מיקום, תוך פשרה בין מה שנדרש להשגת ביטחון מספיקה לציבור, לבין מספרים שניתנים להשגה עד התאריך המיועד. בפרק Further Notice of Proposed Rulemaking בדרישות ה-FCC, מוצגת דרישה לדיוקים גבוהים יותר על מנת לתת מענה מלא לבטיחות. למתן המענה המלא נדרש להגיע לדיוק של 10 מטרים ב-90 אחוז מהמקרים של קריאות המצוקה. מקווים שדרישה זו ניתן יהיה להשיג בשנים הקרובות. מרבית החברות הגדולות בארה"ב עומדות ביעדי המכירות שהוצבו, אך שלב 2 מופעל רק באחוז קטן מהתחנות (18% לפי דו"ח שפורסם בסוף 2003) [3]. אחוז קטן זה נובע ממספר סוגיות בעלות שדרוג התשתית ויכולת העברת המידע לתחנות וכן בהצגת המיקום באופן מדויק.

### **1.2. תאור כללי של הפתרונות הקיימים**

מאז פורסמו דרישות ה-FCC, פורסמו מספר מאמרים הדנים בדרכים לאיתור מיקום משתמשי הטלפון הסלולארי [4][10], [9], [8], [7], [6], [5]. שיטות אלו מבוססות על הוספת תשתית בתחנה או במכשיר הטלפון הסלולארי עצמו. השיטות העיקריות הקיימות הן (תאור טכני של השיטות הני"ל יתואר בפרק 2):

#### **• Signal Strength**

שיטה זו מבוססת על חיתוך נתוני המרחקים המשוערכים ע"פ העוצמות הנקלטות במספר תחנות סלולאריות.

#### **• AOA**

שיטה זו מבוססת על מדידת זווית ההגעה Angle Of Arrival ע"י התקנת מערך אנטנות על התחנה ומדידת זמן, פאזה או עוצמות השידור ממכשיר הטלפון בכל אנטנה.

#### **• TOA או DTOA**

שיטות אלו מבוססת על מדידת זמני הגעת השידור למספר תחנות בסיס וחיתוך נתוני המרחקים המתקבלים מזמן זה.

#### **• שילוב GPS**

שיטה זו מבוססת על התקנת מערכת GPS בתוך הטלפון הסלולארי (או בתוך רכב עם טלפון סלולארי) המעביר את מיקום הטלפון בכל רגע רצוי לתחנה.

שיטות אלו או שילובן יועדו לצורך מעקב אחר מכשיר הטלפון הסלולארי בכל רגע, על מנת לתת מענה לכל היישומים הנדרשים ולא רק לקריאות המצוקה הנדרשות במסמך ה-FCC. טבלה מספר 1.1 משווה בין השיטות הנ"ל תוך פרוט העלות, הדיוק המושג, מספר התחנות הדרוש, האם קיים מענה לדרישת ה-FCC שלב 2 ובעיות עיקריות בשיטה. טבלה מספר 1.2 מתארת את גודל התא הסלולארי, אחוזי הקליטה של מספר תחנות, והשיטה המומלצת [6]. מתוך טבלאות אלו ניתן לראות כי באזורים כפריים או בשטחים בין עירוניים בהם קולטים במספר תחנות קטן, קשה להשיג את הדיוק הדרוש לקריאת מצוקה, עקב ההסתברות הקטנה לקלוט 3 תחנות בסיס ביחס אות לרעש גדול [6]. שילוב GPS במכשיר הטלפון הסלולארי נותן פתרון לבעיה בחוץ, כאשר קיים קו ראייה ללווינים, אך מייקר את מכשיר הטלפון הסלולארי באופן משמעותי ולכן לא כל חברות הטלפון מעונינות לשלב GPS במכשיר. במקומות מוסתרים או בניינים, כאשר לא קיים קו ראייה ללווינים, קשה הרבה יותר למצוא את המיקום באמצעות GPS, ולכן רצוי לשלב שיטות נוספות.

שיטת חישוב	עלות	דיוק מושג	מספר תחנות דרושות	קיים מענה לדרישות ה-FCC	בעיות ושגיאות בשיטה
Signal Strength	נמוכה	נמוך	לפחות 3	לא	<ul style="list-style-type: none"> <li>אי דיוק במדידת ההספק</li> <li>שגיאות גדולות כתוצאה מ-Multipath</li> <li>קשה למצע את השגיאות עבור טלפון סלולארי שאינו נע.</li> <li>במערכות CDMA קיים מנגנון בקרת עוצמה המשנה את העוצמה, כאשר הטלפון הסלולארי קרוב לתחנה ולכן מימוש השיטה בעייתי.</li> </ul>
AOA	בינונית	בינוני	2	לא	<ul style="list-style-type: none"> <li>כאשר אין קו ראייה מערך האנטנות ינעלו על החזרים.</li> <li>הפרעות כתוצאה מ-Multipath.</li> <li>הדיוק קטן כאשר הטלפון הסלולארי רחוק מהתחנה.</li> </ul>
DTOA	גבוהה	טוב	לפחות 3	חלקית	<ul style="list-style-type: none"> <li>דרושות מערכות הפועלות ברזולוצית זמן גדולה לצורך ביצוע קורלאציה.</li> <li>חוסר קו ראייה מקטין את הדיוק.</li> </ul>
שילוב GPS	גבוהה מאוד	טוב מאוד	1 לצורך העברת נתוני לויין למכשיר	במקומות לא מוסתרים	<ul style="list-style-type: none"> <li>התקנת מכשיר GPS בכל טלפון סלולארי המייקר ומסרב את מכשיר הטלפון.</li> <li>במקומות תת-קרקעיים קשה לקלוט את הלווינים ולא ניתן לחשב את המיקום.</li> </ul>

טבלה 1.1 - השוואה בין שיטות מדידת המיקום של הטלפון הסלולארי

שיטה טובה ביותר	הסתברות לקליטת 3 תחנות בהספק גבוה מ- -100 dBm (SNR≈14dB)	הסתברות לקליטת 3 תחנות בהספק גבוה מ- -85dBm (SNR≈29dB)	גודל תא סלולארי	אזור שטח
שילוב של DTOA עם AOA או עם GPS	90%	40%	קטן	עירוני
AOA או GPS	70%	10%	בינוני	בין עירוני
GPS	50%	5%	גדול	שטח כפרי

טבלה 1.2 - הסתברות לקליטת הטלפון ב-3 תחנות בסיס בהספקים שונים בתאי שטח שונים

### 1.3. תאור הפתרון המוצע והאופן בו הוא משלים פתרונות קיימים

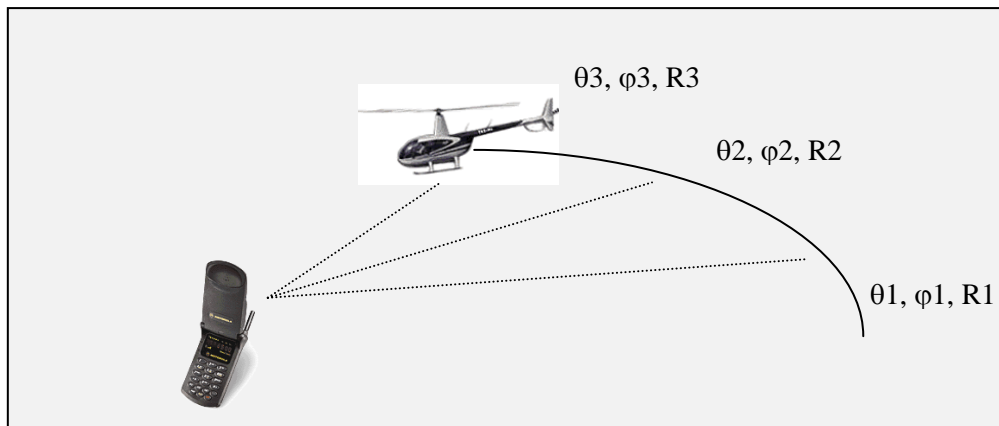
טבלה מספר 1.3 מתארת את היישומים האפשריים למציאת מיקום של הטלפון הסלולארי, הדיוק הנדרש ליישום והשיטה המתאימה לו. הפעלת GPS אינה ניתנת בכל יישום מכיוון שהוא מייקר את המכשיר ואינו מופעל בכל מצב.

שיטה מומלצת	האם ניתן להשתמש במערכת נוספת	האם קיים Backward Link	דיוק נדרש	יישום
באזורים עירוניים – DTOA או GPS באזורי שטח אין פתרון מספיק למעט GPS. באזורים תת-קרקעיים אין פתרון מספיק	מסוק הצלה	כן	גבוה	סיוע במצוקה
AOA או DTOA ללא רזולוציה גבוהה בזמן	לא	לא	בינוני	העברת מידע
באזורים עירוניים – DTOA או GPS באזורי שטח - אין פתרון מספיק למעט GPS	לא	לא	גבוה	מערכת נווט
AOA או DTOA או GPS ללא רזולוציה גבוהה בזמן	לא	לא	בינוני	ניהול ציים
באזורים עירוניים – DTOA באזורים תת-קרקעיים אין פתרון מספיק	רכב משטרת	לא	גבוה	איתור גנבים
באזורים עירוניים - DTOA באזורי שטח - אין פתרון מספיק	לא	כן	גבוה	חיוב לפי אזור
באזורים עירוניים - DTOA באזורי שטח - אין פתרון מספיק	לא	לא	גבוה	יעילות ספקטרום

טבלה 1.3 - השוואה בין יישומים



מתוך הטבלה ניתן לראות כי לכל היישומים שנדרש עבורם דיוק גבוה במיקום לא קיים פתרון מספיק באזורי שטח כפרי למעט הוספת GPS למכשיר. היישום המרכזי, עבורו נדרש לאתר את מיקום הטלפון הסלולארי, הוא טיפול בקריאות המצוקה. בעבודה זו מוצע פתרון למציאת המיקום המדויק של קריאת המצוקה תוך שימוש בשערוך המיקום מתוך מסוק ההצלה שממילא מגיע לטיפול בנפגע. הפתרון המוצע בא להשלים את הפתרונות הקיימים, כך שניתן יהיה לאתר קריאות מצוקה גם באזורי שטח כפריים וללא קליטה של תחנות בסיס לאחר הקליטה הראשונית של שידור המצוקה. קריאת המצוקה, לאחר שנקלטה בתחנת הבסיס, מועברת לתחנת ההצלה המרכזית (PSAP) עם נתוני התא בו נרשמה הקריאה ופרטי הטלפון הקורא (Phase I of FCC). במצבים בהם הטלפון הסלולארי לא נקלט במספר מספיק של תחנות בסיס לצורך שערוך המיקום, או במצבים בהם שגיאת השערוך גדולה, יצא מסוק הצלה על מנת לטפל בנפגע. את שגיאת השערוך, הקיימת בשערוך מתחנות הבסיס ניתן להעריך לפי מספר תחנות הבסיס שקלטו את הסיגנל. במקרים שצוינו, בשלב יציאת מסוק ההצלה עדיין לא ידוע המיקום המדויק של קריאת המצוקה מעבר לתא בו נרשמה הקריאה. מסוק ההצלה יצא לכוון התא בו נרשמה קריאת המצוקה עד לקליטת האות המשודר מהטלפון הסלולארי. פתרון זה מניח כי מרגע ביצוע קריאת המצוקה עדיין ממשיך הטלפון הסלולארי לשדר אות מצוקה עד לאיתורו. מסוק ההצלה יכול מספר אנטנות כווניות שיקלטו את אות המצוקה במהלך ההגעה לנפגע. מכיוון שמדובר באנטנות כווניות, מתוך מדידה רגעית של העוצמות, ניתן לשערך את מיקום האות בדיוקים נמוכים. דיוקים אלו אינם מספיקים להגעה מדויקת לנפגע אך שערוך של מספר מדידות, תוך כדי ידע של אופן התנועה ממערכת הנווט, ישפר באופן משמעותי את מדידת המיקום לאורך הזמן. לכן, מסוק ההצלה ינוע לעבר קריאת המצוקה על פי שערוך המיקום הראשוני ועד להגעה לנפגע יוכל לשערך את מיקומו בדיוקים מספיקים (ראה תרשים 1.1).



תרשים 1.1 - שערוך מיקום הטלפון הסלולארי תוך כדי תנועה אליו

השיטה שנבחרה לצורך שיערוך המיקום תוך כדי תנועה היא שיערוך באמצעות פילטר קלמן. פילטר קלמן מתאים לבעיות שיערוך לא סטציונריות ומבצע שיערוך רקורסיבי, כך שניתן להעביר את המיקום המשוער תוך כדי תנועה לצורך תיקון מסלול ההגעה לנפגע. בנוסף לכך, קיים שיערוך של שגיאת השערוך וניתן לאמוד את דיוקי השערוך בכל רגע ולדעת מה הסביבה סביב נקודת השערוך בה יש לחפש את הנפגע.

### מודל התנועה

למרות שאלגוריתם פילטר הקלמן ידוע ויושם באפליקציות רבות, עדיין התאמת בעיה זו לפילטר קלמן אינה ברורה מאליה ודורשת פיתוח מודל התנועה לבעיה וייצוג המדידות, כך שהשערוך יהיה מיטבי ויגיע לדיוקים הדרושים בזמן מינימלי. משערך פילטר הקלמן הותאם לבעיה באופן מיטבי, תוך פיתוח מודל תנועה מדויק המתבסס על נתוני הנווט של המסוק ותוך שימוש במדידות הגולמיות המתקבלות בכל אנטנה לחוד ללא כל עיבוד מקדים על הנתונים בכך מבוצעת במהלך השערוך אינטגרציה לאורך זמן על הנתונים הנמדדים ולכן ניתן להגיע לשגיאות קטנות כתלות בזמן השערוך. במהלך פיתוח מודל התנועה נבחנו מערכות קואורדינטת לייצוג פרמטרי המיקום. בחירת מערכת הקואורדינאטות הנכונה משפיעה על התכנסות המשערך והדיוקים המושגים. בנוסף לשערוך המיקום, משוערך גם ההספק המשודר מהטלפון שאינו ידוע בדיוקים גבוהים. מודל המדידות חשוב גם הוא לדיוקי השערוך. בוצעה בחינת מודל המדידות, אשר הינו פונקציה לא לינאריות של הפרמטרים. במודל המדידות בוצע שימוש במדידות ההספק הגולמיות הנקלטות בהדקי האנטנות ולא במדידות מעובדות ומודל מדידות לינארי. לצורך השלמת המודל, הוצע מודל לייצוג עקומי האנטנה. עקומי האנטנה מכילים רעש, בעיקר רחוק מהאונה הראשית. על מנת לא לכייל את האנטנות באופן מדויק, אשר אינו פשוט באופן מעשי בוצע שימוש במודל מוחלק, באמצעות פולינום לייצוג האנטנות.

### סימולציות ודיוקים

באמצעות הפתרון המוצע, ניתן להגיע לדיוקים גבוהים כתלות בזמן השערוך. הדיוק (1σ) שהתקבל בסימולציות הגיע לכ-10 מטרים לאחר דקת טיסה הרבה לפני ההגעה לטלפון הסלולארי. בתנאים גרועים יכולה השגיאה להגיע לכ-50 מטרים. התכנסות הפילטר והשגיאות הושו לחסם Cramer Rao לצורך השוואת הדיוקים למשערך האופטימלי. הסימולציות בוצעו עבור שלשה יעפי טיסה שונים לבדיקת יציבות המשערך. בכל יעפי הטיסה התקבלו תוצאות דומות. כאמור, ניתן להקטין את השגיאות ולהגדיל את הדיוק אם זמן השערוך יגדל. הדיוקים המתקבלים טובים מהדיוקים שנקבעו ע"י ה-FCC ולכן במקרים בהם השיטות הקיימות לא מגיעות לדיוקים מספיקים ניתן להשתמש בשיטה זו.

### **בחינת רגישות המשערך**

בנוסף לפיתוח מודל התנועה וסימולציות, בוחנת עבודה זו מספר אספקטים המשפיעים על התכנסות הפילטר ודיוקו ובוחנת דרכים שונות לפרם. בחינת רגישות לקצב הדגימה בוצעה על מנת לקבל דיוקים גבוהים תוך חישוביות מינימלית. ההשפעה של קצב הדגימה על התכנסות הפילטר והשגיאות נבחנה באופן תאורטי ומעשי. פילטר EKF רגיש לשגיאות התחלתיות גדולות. שגיאה גדולה יכולה להביא להתבדרות המשערך. בעבודה זו בוצע ניתוח השפעת שגיאות ההתחלה על התכנסות הפילטר. לבעיה זו הוצעו ונבחנו שני פתרונות. פתרון ע"י הטיית מטריצת הקוואריאנס של המודל Q. הטייה זו צמצמה את מידת התבדרות הפילטר אך קלקלה את הדיוקים שניתן להשיג. בפתרון אחר נבחנה הטיית מטריצת הקוואריאנס של השגיאות R. הטייה זו פתרה את בעיית ההתבדרות, אך גם השיגה דיוקים טובים הקטנים עם זמן השערך. ניתן לראות כי הטיית המטריצות יכולה לפצות על חוסר הלינאריות של הפילטר. רגישות המשערך לרעשי המדידה נבחנה אף היא. בוצעו יעפים עם רעשי מדידה שונים ונבחנו דיוקי הפילטר ואופן ההתכנסות שלו. בחינת רגישות נוספת בוצעה לשגיאות מודל האנטנה. רעשי מודל האנטנה יוצגו יחד עם רעשי המדידה. רעשים אלו הוקטנו על ידי הגדלת מספר המקדמים של הפולינום המייצג את עקום האנטנה. מידת ההשפעה של מספר המקדמים נבחנה.

### **שיפורים עתידיים**

משערך זה ותוצאותיו מושווים למשערכים עכשוויים כמו Unscented Kalman Filter או Particle Kalman Filter [28], [29]. משערכים אלו יכולים להביא להתכנסות מהירה יותר של הפילטר אך בחישוביות גבוהה יותר. בנוסף למשערכים אלו, מוצעות שיטות נוספות לשיפור התכנסות הפילטר אשר לא נבדקו בעבודה זו.

פתרון זה מבוסס על מספר גורמים הקיימים רק בקריאות מצוקה ולכן ישימה למקרים אלו בלבד ואינה מתאימה לשערך המיקום לצורך היישומים האחרים שהוזכרו. הגורמים עליהם מבוסס הפתרון :

- **הטיפול בקריאת מצוקה מבוצע על ידי מסוק הצלה**  
במקרים מסויימים כאשר משודרת קריאת מצוקה נשלח מסוק הצלה לטיפול בנפגע. מסוק ההצלה יכול לשערך את מיקום הנפגע תוך כדי תנועה ולהגיע לדיוקים של עשרות מטרים במדידת המיקום של הטלפון הסלולארי שביצע את קריאת המצוקה.
- **תופעת ה-Line of sight וה-Multipath מקבלת משמעות פחותה**  
מסוק אשר יוצא לטיפול בנפגע מודד את האותות המשודרים מהטלפון הסלולארי מגובה רב. במרבית המקרים יהיה קו ראייה בין המסוק לטלפון המשדר וכן תופעת ה-Multipath תקבל משמעות פחותה יותר הודות לבליעה גדולה יותר באדמה וקיום פחות גופים מחזירים.
- **קיים שידור Reverse Link**  
ביישום זה, בניגוד ליישומים האחרים, ניתן להגדיר שידור Reverse Link אשר יבוצע מרגע לחיצת קריאת המצוקה. שידור זה ניתן לנצל לצורך שיפור שערך המיקום לאורך הזמן.

• **אין צורך בקליטת מספר תחנות בסיס**

בשיטה המוצעת מסוק החילוץ יוצא לאזור התא בו נרשמה קריאת המצוקה. מרגע זה רק המסוק קולט את האותות המשודרים מהטלפון הסלולארי ומשערך את המיקום על פי העוצמות אותן הוא קולט בלבד.

יתרונות השיטה :

- ניתן לאתר את מיקום המשתמש באזורים כפריים בהם התאים הסלולאריים גדולים וכן באזורים תת-קרעיים בהן השיטות הקיימות אינן אופטימליות.
- שמירה על פרטיות - אין צורך לעקוב אחר המשתמש במצבים בהם אין קריאת מצוקה.
- זמן אינטגרציה גדול - באפליקציות רבות המשתמשות בפילטר קלמן מודל הבעיה אינו ידוע באופן מלא ולכן יכול להביא לשגיאות שערך. כדי לא לפגוע בדיוקי השערך משתמשים בזמן אינטגרציה סופי המשתמש במודל והמדידות עד זמן מסוים מהעבר. בעבודה זו הבעיה תוצג באמצעות מודל תנועה מדויק כך שהבעיה תומר למצב יציב וזמן האינטגרציה יהיה גדול.
- הבדל גבהים בין מסוק ההצלה לבין הטלפון הסלולארי אינו פוגע בביצועים. מיקום המשתמש משוערך ב-3 ממדים ולכן נתון הגובה משוערך גם הוא.
- תנועת המסוק מאפשרת מיצוע שגיאות בעקום קרינת האנטנה בכך שהסיגנל נקלט בזוויות שונות וטווחים שונים.
- צמצום בעיות Multipath, רעש מדידה ומצבים בהם לא קיים קו ראייה ישיר תוך כדי קליטה מגובה רק יותר וממקומות שונים תוך כדי תנועה.

חסרונות השיטה :

- הפתרון המוצע אינו יכול לענות על כל היישומים הקיימים למדידת המיקום של המשתמש אלא משלים פתרונות אלו.
- לא בכל מצב יצא מסוק הצלה לטיפול בנפגע ולכן הפתרון המוצע משמש במצבים בהם השיטות הקיימות אינן נותנות מענה לדרישות ה-FCC ונדרש פתרון אחר כדי להשלימן.
- מגבלת סוללה - מכיוון שנדרש Reverse Link לצורך השערך, הטלפון הסלולארי צריך להמשיך ולשדר עד לאיתורו. לצורך חסכון בזמן סוללה ניתן לבצע שידורים מקוטעים בזמני הדגימה של מסוק ההצלה.
- במקרים בהם המשתמש מותקף תהיה בעיה לאיתור מיקומו כאשר התוקפים שוברים או משמידים את הטלפון הסלולארי.
- דרוש להתקין מערכת נווט מדויקת על מסוק ההצלה ומערכת קליטה סלולארית.

#### **1.4. יישומים נוספים בהם ניתן להשתמש בפתרון זה**

יישום זה מאפשר פתרון של בעיות נוספות במציאת מיקום של קורנים לא ידועים כגון :

- איתור שידורי רדיו לא חוקיים.
- יישומים צבאיים שונים.
- איתור מיקום תאונות דרכים כאשר סיגנל ידוע משודר ממקום התאונה ברגע התרחשותה (לא דרך טלפון סלולארי).

בעבודה זו יינתן דגש על איתור קריאות מצוקה של טלפונים סלולאריים מתוך רכב או כמכשירים ידניים.

#### **1.5. מבנה העבודה**

לאחר הצגת המבוא ותאור הבעיה, יוצג הפתרון באופן מתמטי מדויק. הפרק הבא, פרק 2, מציג את שיטות השיטות והבעיות הקיימות במדידת הכוון וקשרים מתמטיים נוספים הדרושים לשם פיתוח המודל. פרק 3 מתאר את מודל התנועה, אלגוריתם השערוך והתאמתו למודל פילטר הקלמן המורחב. פרק 4 מתאר סימולציות ובחינת יציבות הפילטר לפרמטרים השונים כמו השפעת קצב הדגימה, רגישות לתנאי התחלה, שגיאות מודל ומציג סימולציות שערוך להדגמת השפעת כל פרמטר. פרק 5 מסכם את התוצאות, מציג את היתרונות והחסרונות העיקריים של השיטה ומציע מספר הצעות שיפור למחקרי המשך.

## 2. רקע טכני

בפרק זה יוצג רקע טכני הנדרש להבנת השיטות השונות לאיתור המיקום של טלפון סלולארי. תוצגנה השיטות הקיימות והבעיות העיקריות הקיימות בהן. בסוף הפרק יוצגו המודלים המתמטיים הנדרשים לפיתוח הפתרון המוצע.

### 2.1 הסבר כללי על אופן פעולתם של הטלפונים הסלולאריים

שיטות השידור הקיימות בשימוש בתקשורת הסלולארית נבדלות באופן קידוד הנתונים כך שיגיעו למספר משתמשים רב וביעילות ספקטראלית, זמנית ומרחבית גבוהים ככל שניתן. השיטות העיקריות שנמצאות בשימוש הן [11]:

- **Frequency Division Multiple Access - FDMA**

בשיטה זו המשתמשים חולקים את הספקטרום במישור התדר. לכל משתמש מוקצה תחום תדר קטן המהווה חלק מכלל תחום התדר לצורך שימוש בזמן השיחה.

- **Time Division Multiple Access - TDMA**

בשיטה זו המשתמשים חולקים את הספקטרום במישור הזמן. לכל משתמש מוקצה קטע זמן (Slot) בו הוא מעביר את המידע שלו תוך שימוש בכל הספקטרום (או בחלק ממנו במקרה של NarrowBand TDMA).

- **Code Division Multiple Access - CDMA**

בשיטה זו משלבים את שתי השיטות הקודמות. השידור מתבצע במקביל בכל תחום הספקטרום, כאשר לכל משתמש מקצים קוד (Pseudo Random Code). קוד זה מאפן את המידע ובאמצעותו ניתן להבדיל בין משתמש מסוים למשתמשים אחרים. מכיוון שהקוד פסאודו-אקראי, בקליטת משתמש מסוים כל המשתמשים האחרים יהוו מעין רעש רקע. הקוד יכול להתבטא בשתי צורות:

- **Direct Sequence CDMA** - הקוד המאפן הנו סדרת ביטים (Chips) בתדר גבוה המכפילה את המידע.

- **Frequency Hopping CDMA** - הקוד המאפן מקפיץ את תדר הגל הנושא באופן מהיר על פני כל תחום הספקטרום.

המטרה בתקשורת הסלולארית היא להגיע ממשתמש מסוים לכל משתמש אחר ללא תלות במיקומם. על מנת לעשות זאת יש לנצל את הספקטרום באופן יעיל. ניצול הספקטרום מבוצע באמצעות חלוקה של השטח הגיאוגרפי לתאים (Cells) כך שבכל תא קיימת תחנת בסיס המטפלת בכל המשתמשים הנמצאים באותו התא. תחנות הבסיס מקושרות בניהן באמצעות תקשורת קוויות. כאשר המשתמש עובר מתא מסוים לתא אחר מתבצע תהליך שנקרא Soft-Handoff בו המשתמש נקלט בשני תאים באופן סימולטני ומוקצה לו ערוץ דיבור חדש בתא אליו הוא עובר.

כדי למנוע משידורים בתאים סמוכים להפריע לתא שלידם, מחלקים את הספקטרום לתחומים כך שבתאים סמוכים לא ישתמשו באותו תחום. גודל התאים נקבע לפי מספר המשתמשים באותו האזור. באזורי שטח כפריים, בהם מספר משתמשים קטן, משתמשים בתאים בגודל של כ-10 קילומטר ובשידור בהספקים גבוהים. באזורים בין עירוניים משתמשים בתאים בגודל של כ-4 קילומטר. באזורים עירוניים התאים קטנים מקילומטר ואף מחולקים לאזורים סקטוריאליים של 60 או 120 מעלות לצורך טיפול במספר משתמשים רב.

## 2.2. הבעיות והאתגר במציאת מיקום

### 2.2.1 בעיית ה-Multipath [11],[16]

בעיה זו הנה הגורם המפריע ביותר למציאת המיקום. בעיה זו נגרמת מכך שהשידור המגיע למקלט מוחזר מגופים הנמצאים בסביבה כמו הרים, עצים, בניינים ועצמים נוספים ועובר מספר מסלולים שונים. האותות המגיעים כתוצאה מההחזרים עוברים נחותים שונים והשהיות שונות ביחס לאות המקורי ויכולים להשפיע על עוות האות המקורי, הגברתו או החלשתו. נהוג לחלק את בעיית ה-Multipath למספר גורמים:

- **Envelope Fading**

כאשר האות הנקלט עובר מרחק של מספר מאות אורכי גל, מתקבלות תנודות של מעטפת האות. ניתן להראות כי באזורים עירוניים תנודות המעטפת מאופיינות ע"י פילוג Rayleigh [12]. תופעה זו משפיעה כאשר שיטת השערוך מבוססת על עוצמות הקליטה. שינויי עוצמה אלו יכולים להטות את השערוך אם לא יבוצע מיצוע מתאים.

- **Doppler Spread**

תופעת השתנות מעטפת האות מלווה בשינויי פאזות מהירות הגורמות למעין רעש FM על האות הנקלט עקב סיכום ההחזרים ממקומות שונים ובפאזות שונות. בעיה זו יכולה להשפיע על מערכות המבוססות על מדידת פאזה או זמן בכך שיטו את השערוך.

- **Time Delay Spread**

כתוצאה מתופעה זו אם תשודר פונקציה דלתא, היא לא תתקבל כדלתא במקלט כי אם כפולס הנובע ממריחת ומפיזור האות עקב ההחזרות ממקומות שונים. ממוצע ה-Delay Spread משתנה עם השתנות סביבת השידור. בעיה זו מהווה בעיה בעיקר במצבים בהם משודרים פולסים ברוחב צר כמו ב-CDMA או TDMA מכיוון שהפולס מתרחב בצורה לא זניחה ביחס לגודלו המקורי.

- **Shadowing**

תופעה זו נגרמת בעיקר כתוצאה מהשתנות פני השטח בו עובר אות השידור. התופעה גורמת לשינוי איטי של ממוצע פילוג ה-Rayleigh של המעטפת. עדיין לא נמצא תאור סטטיסטי מתאים לבעיה זו ובמרבית המקרים נלקח פילוג לוגריתמי נורמלי לתאורה. בעיה זו משפיעה על שיטות שערוך המבוססות על עוצמות הסיגנל.

### 2.2.2. העדר Line Of Sight (LOS)

זוהי בעיה חמורה נוספת. לא תמיד קיים קו ראייה בין המשדר למקלט ובעיקר באזורים עירוניים בהם יש הסתרות רבות. קבלת האות במשדר יכול להגיע מהחזרות מבניינים או מעצמים נוספים. האות המוחזר מאופיין בניחות ביחס לאות המקורי ובהשגחה ולכן יכול לגרום למציאת מיקום הגוף המחזיר ולא המשתמש עצמו. את הניחות ניתן לתאר באמצעות פילוג לוגריתמי נורמלי בעל שונות פרופורציונית הפוך למרחק ברביעית. התקשורת והעברת המידע בנויות למצבים בהם אין קו ראייה ופועלות באופן תקין. שערך המיקום מושפע מאוד מהעדר קו ראייה מכיוון שהמיקום יכול להתקבל כמיקום שגוי.

### 2.2.3. בעיית קרוב-רחוק (Near Far Problem)

בעיה זו משמעותית בעיקר בשידור CDMA בה כל המשתמשים משדרים באופן סימולטני בכל תחום התדר. ההספק שיתקבל משידור של משתמש הקרוב לתחנת הבסיס בתא יהיה גבוה הרבה יותר ממשתמש רחוק ולכן יפריע למשתמש אחר שנמצא רחוק מאותה תחנת בסיס. רמת הרעש שייצור המשתמש הקרוב ביחס למשתמש הרחוק יכולה להיות גבוהה מאוד ולגרום לאי קליטת המשתמש הרחוק. לצורך פתרון בעיה זו נבנה מנגנון ניהול הספק אשר גורם לשינוי הספק השידור של הטלפונים הסלולאריים. ככל שהטלפון הסלולארי קרוב לתא המטפל בו ההספק המשודר ממנו קטן כך שכל הטלפונים המטופלים על ידי התא יגיעו אליו בהספק זהה ולא יפריעו זה לזה. הקטנת הספק השידור של משתמשים קרובים לתא גורמת לכך שתחנות הבסיס בתאים אחרים, שאינן מיועדות לטפל ברגע זה במשתמש, לא יקלטו את השידורים וימוסכו על ידי משתמשים הנמצאים בתחום התא שלהם. דבר זה מהווה בעיה משמעותית במציאת המיקום של הטלפון הסלולארי כיוון שמרבית השיטות דורשות קליטה של הטלפון הסלולארי במספר תחנות בסיס.

### 2.2.4. אי קליטת מספר מספיק של תחנות בסיס

במרבית השיטות, לצורך מציאת המיקום של המשתמש דרוש לקלוט 3 תחנות בסיס לפחות. במקרים מסוימים, בעיקר באזורי שטח כפריים בהם התאים גדולים, לא קולטים מספיק תחנות בסיס לביצוע שערך המיקום. אי קליטת מספיק תחנות בסיס יכולות לגרום לכך שדיוקי שערך המיקום לא יספיקו ליישומים השונים ולדרישות ה-FCC. במקרים אלו יש לתת פתרונות אחרים למשל על ידי הקמת תחנות בסיס נוספות אשר ייקרו את עלות ספקיות השרות או על ידי איתור המקום בדרכים אחרות כפי שמוצג בעבודה זו. הפתרון המוצג בעבודה זו אינו דורש קליטה של ע"י תחנות הבסיס אלא קליטה ע"י מסוק השערך שנע לעבר המשתמש.



### 2.2.5 קיום שידור (Reverse Link) מהמשתמש לתחנת הבסיס

במרבית הזמן, לא מקוימת שיחה ע"י המשתמש ולכן לא ניתן לקלוט אותו בתחנות הבסיס ולאחר את מיקומו. שידור Reverse Link חיוני למרבית היישומים שתוארו מכיוון שיש צורך לאתר את המשתמש גם כאשר לא קיימת שיחה. בחלק מהמקרים כמו העברת נתונים מקומיים, ניהול ציי רכב והעברת נתוני נווט, רוצים לקבל דיוקי מיקום גבוהים למרות שלא קיים שידור ולכן קיים קושי לאתר את המשתמש במקרים אלו. במקרה של קריאת מצוקה ניתן לקיים ערוץ שידור Reverse Link (עד למגבלת סוללה) לאחר חיוג קריאת המצוקה ולכן ניתן להשתמש בו למציאת המיקום.

### 2.2.6 הבדלי גובה בין תחנת הבסיס למכשיר הסלולארי

מרבית השיטות למציאת המיקום מניחות כי הטלפון הסלולארי ותחנת הבסיס נמצאות באותו מישור. הנחה זו נכונה במרבית המקרים ואינה נלקחת בחשבון בחישובים. ייתכנו מצבים בהם יהיו קיימים הבדלי גבהים משמעותיים בין תחנת הבסיס לטלפונים הסלולאריים, בעיקר באזורי שטח כפריים, אשר תגרום לשגיאות חישוב.

## 2.3. השיטות השונות שפותחו למציאת המיקום עד עתה

### 2.3.1. סווג מערכות מדידת המיקום

במציאת המיקום קיימות שתי גישות עיקריות הנבדלות בניהן במערכת בה מבוצעות המדידות וחישוב המיקום והיכן משתמשים בנתוני המיקום. ניתן לסווג את מציאת המיקום לפי הסווג הבא:

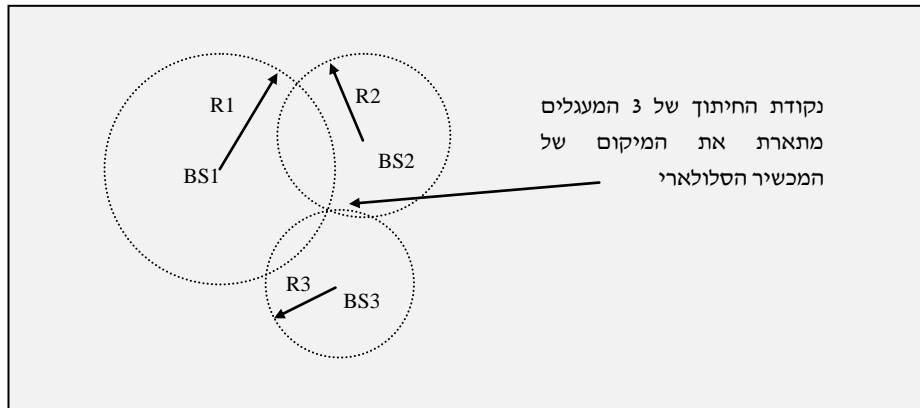
- מדידת מיקום עצמית (Self Positioning)  
בשיטה זו המקלט מבצע את המדידות השונות המתקבלות ממשדרים הממוקמים בנקודות גיאוגרפיות שונות ולפי מדידות אלו מבצע את חישוב המיקום שלו. דוגמה בולטת לכך קיימת במכשירי ה-GPS הקולטים שידורים של מספר לוויינים. שיטה זו טובה יותר מבחינת הפרטיות של המשתמש מכיוון שתחנות הבסיס לא יודעות את מיקומו של המשתמש בכל רגע ואינן יכולות לעקוב אחריו.
- מדידת מיקום מרוחקת (Remote Positioning)  
בשיטה זו מקלטים הנמצאים בנקודה אחת או יותר מודדים את האות המגיע מהמשדר שאת מיקומו רוצים למדוד. כל המדידות מועברות לנקודה מרכזית אחת שם מחושב מיקום המשדר. מרבית השיטות שפותחו מבוססות על שיטה זו.
- מדידת מיקום באופן לא ישיר (Indirect Positioning)  
תוך שימוש בערוץ תקשורת הקיים בין המשדר הנייד לתחנות הבסיס ניתן להעביר את המיקום של המכשיר הנייד לתחנות הבסיס ולהפך. מערכת מדידת מיקום עצמית המעבירה את נתוני המיקום שלה לתחנה מרוחקת מכונה Indirect Remote Positioning. מערכת מדידת מיקום מרוחקת המעבירה את המיקום שלה למכשיר הנייד מכונה Indirect Self Positioning.

### 2.3.2. מדידת המיקום תוך שימוש ב-GPS ו-Assisted GPS[10]

מערכת ה-GPS מודדת את המיקום המדויק של המכשיר בשיטת Self Positioning תוך התבססות על 4 לוויינים או יותר המשדרים בתחום L-Band. מכשירי ה-GPS הופכים להיות זולים יותר ויותר ודיוקם מגיע לכ-50 מטר. בנוסף, גודל ה-GPS קטן ככל שנמכרים יותר מכשירים. למרות תכונות אלו ספקיות שירותי הטלפונים הסלולאריים אינן מעונינות לשלב את ה-GPS במכשירי הטלפון משיקולי עלות, גודל, הפרעות RF וצריכת אנרגיה. בנוסף לכך אמינות מדידות ה-GPS יורדת בשטח עירוני בו כמות גדולה של לוויינים מוסתרת ע"י בניינים או כאשר המכשיר נמצא בתוך רכב. על מנת לשפר את זמן רכישת הלוויינים, תחנות הבסיס משדרות את תדרי הלוויינים הנקלטים באזור למכשיר הנייד. על פי מידע זה, ניתן לבצע קורלציה מקבילית לאורך חלון זמן ארוך (Massive Parallel Correlation) על מנת לאתר את דיוקי המיקום. בשיטה זו ניתן לשפר משמעותית את דיוקי ה-GPS גם באזורים בנויים ואף בתוך מבנים. גם בשימוש בשיטה זו לא ניתן עדיין לחשב את המיקום באזורים תת-קרקעיים.

### 2.3.3. מדידת המיקום תוך שימוש במדידת עוצמות - Signal Strength

בשיטה זו משתמשים במודל מתמטי המתאר את ניחות העוצמה באוויר לאורך התפשטותו. מתוך מדידת העוצמה ניתן לחשב את הטווח בין המכשיר הסלולארי לתחנת הבסיס. טווח זה מתאר מעגל סביב תחנת הבסיס בו נמצא המכשיר הסלולארי. תוך שימוש בחיתוך ממספר תחנות בסיס ניתן לקבל את המיקום המדויק של המכשיר הסלולארי (ראה תרשים 2.1). על מנת לקבל נקודת חיתוך אחת דרושות לפחות 3 מדידות מתחנות בסיס שונות.



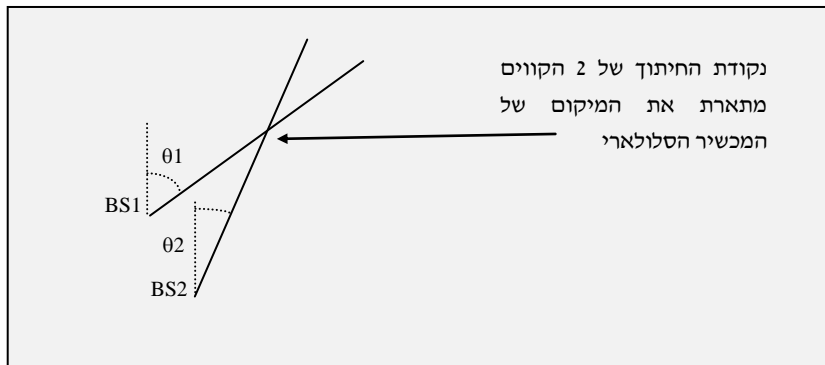
תרשים 2.1 - מדידת המיקום בשיטת מדידת העוצמות (או TOA)

אחת הבעיות העיקריות של שיטה זו הנה שינויי העוצמה החדים כתוצאה מ-Multipath fading and shadowing. בעיה זו מובילה לשינויי עוצמה של עד 30-40 dB. מיצוע לאורך זמן יכול לסייע אך כיוון שהמכשיר הסלולארי אינו נע בכלל או נע באופן איטי, מיצוע העוצמות לא תמיד יפתור את הבעיה. גם לאחר מיצוע הנתונים עדיין תישאר הבעיה של Shadow fading אותה קשה למצע. את בעיית ה-Shadow fading ניתן לפתור ע"י מיפוי הטופוגרפיה מראש סביב לתחנת הבסיס ותיקון המדידות בהתאם. בעיה משמעותית נוספת המשפיעה על שיטה זו היא כי לא תמיד קיים קו ראייה למכשיר הסלולארי. חוסר קו ראייה יכול לגרום לכך שמציאת המיקום תהיה של הגוף המחזיר את הקרינה ולא של הטלפון הסלולארי עצמו.

בשיטת CDMA קיים מנגנון בקרה על עוצמת השידור של המכשיר הסלולארי לצורך פתרון בעיית Near-Far. בשיטת ה-TDMA קיים מנגנון בקרה על העוצמה לצורך שמירה של האנרגיה בסוללה. לכן, שימוש בשיטת מדידת העוצמות מחייבת שינוי במנגנון בקרת העוצמה כדי שניתן יהיה לקבל עוצמות שידור אמינות שיקלטו במספר תחנות בסיס בעוצמה מספיקה.

### 2.3.4. מדידת המיקום תוך שימוש במדידת AOA - Angle Of Arrival

בשיטה זו מתקינים מערך אנטנות על תחנת הבסיס המודדות את האותות המתקבלים. מתוך הפרשי הפאזה, הזמן או העוצמה בין האנטנות השונות במערך מודדים את הכוון של האות המשודר מהטלפון הסלולארי. הכוון מגדיר קו היוצא מתחנת הבסיס עליו נמצא המכשיר הסלולארי. ביצוע מדידה דומה בתחנת בסיס נוספת וחיתוך בין הקווים תאתר את נקודת הטלפון הסלולארי (ראה תרשים 2.2). על מנת למדוד את המיקום בשיטה זו דרוש לקלוט את הטלפון הסלולארי לפחות ב-2 תחנות בסיס.



תרשים 2.2 - מדידת המיקום בשיטת AOA

במצב בו אין קו ראייה בין תחנת הבסיס לטלפון הסלולארי מדידת הזווית תבוצע עבור האות המוחזר מעצם אחר. גם אם קיים קו ראייה עדיין ההפרעות הנובעות מ-Multipath ישפיעו על דיוקי התוצאה באופן משמעותי. דיוקי המדידה יורדים כאשר הטווח גדל זאת עקב המגבלות הקיימות במערכות מדידת הזווית וכן הפיזור הקיים בסביבת הטלפון המשדר מגופים אחרים בסביבה. על מנת לבצע שיערוך יעיל של הכוון באמצעות מערך אנטנות, יש לכייל ולתחזק את האנטנות מפעם לפעם. חוסר כיול של האנטנות בכל תחנת בסיס תגרום לשגיאות במדידת הזווית שיגררו שגיאות במדידת המיקום. על מנת להתגבר על בעיית ה-Multipath פותחו מספר שיטות המבצעות שיערוך מדויק יותר בהתבסס על המידע הא-פריורי של פילוג ה-Multipath. בין שיטות אלו ניתן למצוא שיטות כגון High resolution frequency estimators [17], Root MUSIC ו-TLS-ESPRIT [18], [19] אשר מצליחות לגלות את מרכיבי ה-Multipath באופן טוב יותר משיטות אחרות. גם משערכי ההשהיות כמו Extended Kalman Filter פותחו לצורך שיפור המדידה [20].

### 2.3.5 Time Of Arrival - TOA מדידת המיקום תוך שימוש במדידת TOA

בשיטה זו מחושב הטווח בין הטלפון הסלולארי לתחנת הבסיס באמצעות מדידות זמן התפשטות האות תוך הנחה כי אות ה-RF מתפשט במהירות האור. מדידת הטווח מגדירה מעגל סביב תחנת הבסיס בו נמצא המכשיר הסלולארי. חיתוך 3 מעגלים כאלה לפחות (בדומה לשיטת מדידת העוצמות) נותנת את המיקום המדויק של המכשיר הסלולארי (ראה תרשים 2.1). בשיטה זו יש לסנכרן את הזמן בין תחנות הבסיס למכשיר הסלולארי. במרבית השיטות לא קיים סנכרון כזה ולכן משתמשים בשיטת ה-DTOA. ב-CDMA מבוצע סנכרון של אותות ה-PN בין תחנת הבסיס למכשיר הסלולארי ולכן בשיטה זו ניתן להשתמש גם ב-TOA באופן פשוט יחסית. גם בשיטה זו קו ראייה חיוני לצורך קבלת דיוקים טובים אך שיטה זו חסינה יותר להפרעות ה-Multipath מכיוון שניתן להינעל על הנתונים המקודדים ולחשב את הזמן באופן די מדויק למרות הפרעות ה-Multipath.

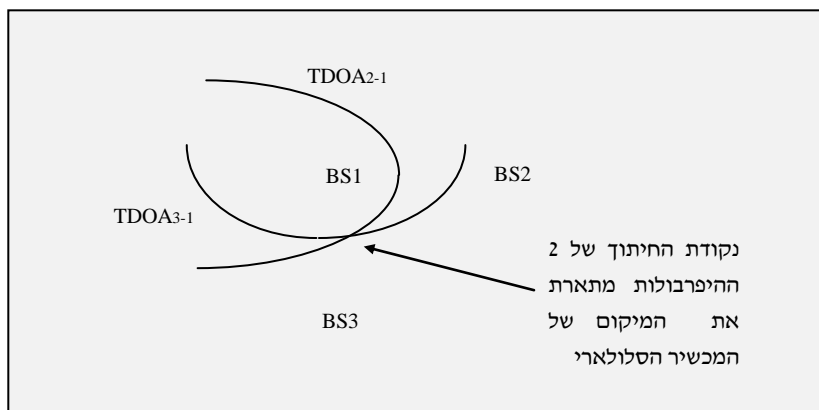
### 2.3.6 Time Difference of Arrival - TDOA מדידת המיקום תוך שימוש במדידת TDOA

שיטה זו מבוססת על מדידת הפרשי הזמנים המגיעים לתחנות בסיס שונות. בשיטה זו אין צורך לסנכרן את תחנות הבסיס למכשיר הסלולארי וניתן להסתפק בסנכרון תחנות הבסיס בלבד שבלאו הכי מסונכרנות באמצעות בסיס זמן GPS. אם נניח כי האות הנקלט בתחנת בסיס 1 הוא

$s_1(t) = d(t) + n_1(t)$  המורכב מהאות המשודר  $d(t)$  ומרעש  $n_1(t)$  ובאופן דומה האות הנקלט בתחנת בסיס 2 הנו  $s_2(t) = d(t) + n_2(t)$ . נבצע קורלציה בין האותות ע"י

הוא  $C_{1,2}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t) s_2(t + \tau) dt$ . מציאת ה- $\tau$  שיביא למקסימום את פונקציית הקורלציה הוא

הפרש הזמנים המשוער. הפרשי זמנים קבוע בין 2 נקודות מגדיר היפרבולה ולכן הפרש הזמנים שהתקבל בין 2 תחנות הבסיס מגדיר היפרבולה שהמוקדים שלה נמצאים בתחנות הבסיס. חיתוך בין 2 או יותר היפרבולות מאפשרות לקבוע את המיקום המדויק של הטלפון הסלולארי (ראה תרשים 2.3).



תרשים 2.3 - מדידת המיקום בשיטת TDOA

גם בשיטה זו אותן הבעיות של קו ראייה ו-Multipath משפיעות על דיוקי מדידת המיקום. בשיטת AMPS האנלוגית קשה להגיע למדידות טובות עקב רוחב הפס הצר. באותות אלו קשה להבחין בהפרש הזמן המדויק בשיטת הקורלציה הקונבנציונאלית הנותנת מספר נקודות מקסימום שקשה להפריד בניהן.

קליטה במספר תחנות בסיס גדול יותר מ-3 יכולה לשפר את הדיוקים תוך שימוש במשעך Least Squares שיתן את השגיאה הריבועית הממוצעת הקטנה ביותר. ככל שרדיוס הפיזור מסביב למכשיר הסלולארי גדול יותר, קליטה במספר תחנות בסיס יכולה לשפר את התוצאה בשיעור גבוה יותר. למשל, אם רדיוס הפיזור בגודל 400 מטר, שיפור הדיוק בין מצב בו קולטים ב-3 תחנות בסיס ל-5 תחנות בסיס יכול להגיע לכ-50 מטר.

### 2.3.7. ביצועי השיטות הקיימות

מספר מערכות המבוססות על השיטות שתוארו לעיל או שילוב שלהן נבדקו בתנאים אמיתיים. מערכת TruePosition פותחה לצורך מדידת המיקום של הטלפון הסלולארי במערכות AMPS והמבוססת על TDOA. מערכת זו שומרת את האותות הנקלטים תוך הצמדת בסיס זמן מסונכרן לכל אות. האותות שנשמרו מועברים לתחנת עיבוד מרכזית שם מבוצעת קורלציה בין האותות תוך שימוש באלגוריתמי רזולוציה גבוהה. בנוסף לכך, מנותח אות הדופלר לקביעת מהירות המכשיר הסלולארי. בניסוי שנערך באזור New-Jersey בתחילת 1997, כ-80000 שיחות אותרו בדיוק ממוצע של 600 ft [6].

מערכת CAPITAL הנה מערכת נוספת למערכות AMPS המבוססת על שילוב של TDOA ו- AOA תוך שימוש במערך אנטנות. מערכת זו הגיעה לדיוקים של 108 מטר באזורים בין עירוניים [6]. מערכת ניסיונית אחרת שפותחה לטכנולוגיית CDMA והמבוססת על מדידת TOA ו- AOA תוך סנכרון לפי אותות ה-PN, הגיעה לדיוקים של 100 עד 800 מטר כתלות ברדיוס הפיזור של הטלפון הסלולארי [7]. במערכת זו ניתן להגיע לדיוקים הנדרשים ע"י ה-FCC רק כאשר רדיוס הפיזור לא יהיה גדול מ-200 מטר. ביצועי המערכת ירדו באופן משמעותי כאשר הטלפון הסלולארי היה קרוב לתחנת הבסיס והספק השידור שלו קטן על מנת להתגבר על בעיית קרוב-רחוק. על מנת להתגבר על תופעה זו עלתה ההצעה לשנות את מנגנון קביעת ההספק כך שניתן יהיה לשדר מקטע מסוים בהספק גבוה גם כאשר נמצאים קרוב לתחנת הבסיס.

מערכת אחרת אשר מתבססת על Self Positioning והמשתמשת בערוץ ה-Forward Link יושמה גם היא למדידת המיקום בשיטת ה-CDMA. במערכת זו דיוקי מדידת המיקום הביאו לשגיאות של מספר מאות מטרים [6].

מערכת דומה נוספת אשר פותחה לשיטת GSM והמבוססת על מדידות TDOA נוסתה באזור עירוני ליד Sydney. מערכת זו הגיעה לדיוקים של 150 מטר עם סטיות Standard Deviation של 60 מטר [8].

בטבלה 2.1 ניתן לראות סיכום השיטות הקיימות היום, דיוקי המדידה והחברות המשתמשות בה בארה"ב.

שיטת חישוב	מבוססת על	סוג החישוב	דיוק	בשימוש ע"י
<b>A-GPS</b> Assisted - Global Positioning System	GPS	Hybrid	50m	Nextel, Verizon, Sprint
<b>AFLT</b> Advanced Forward Link Triangulation	TOA	Handset based	100m	Verizon, Sprint
<b>E-OTD</b> Enhanced – Observed Time Difference	DTOA	Handset based	100m	T-Mobile, AT&T, Cingular
<b>TDOA</b> Time Difference of Arrival	DTOA	Network based	300m	
<b>AOA</b> Angle of Arrival	AOA	Network based	300m	
<b>EFLT</b> Enhanced Forward Link Triangulation	TOA	Handset based	300m	

טבלה 2.1 – סיכום שיטות המדידה הקיימות והשימוש בהן

## 2.4 מודלים מתמטיים הנדרשים לפיתוח

### 2.4.1 מודל התפשטות הגל האלקטרומגנטי

לצורך פיתוח מודל הבעיה יש לתאר תחילה את מודל ההתפשטות של הגל האלקטרומגנטי באוויר. המודל המקובל ביותר לתיאור ההתפשטות היא התפשטות כדורית כלל כונית מהטלפון הסלולארי. אם נניח כי הספק השידור מהטלפון הסלולארי הוא  $P_{out}$ , הספק זה משודר באופן כדורי לכל הכוונים וגורם לניחות של הסיגנל באוויר. המקלט המותקן במסוק קולט הספק זה לאחר ההתפשטות באוויר לפי [24]:

$$(2.1) \quad P_{in} = \frac{P_t G_t G \lambda^2}{(4\pi)^2 R^2 L_{SL}} = \frac{P_t G_t G C^2}{(4\pi)^2 R^2 f^2 L_{SL}}$$

כאשר:

$P_{in}$	ההספק הנקלט במסוק
$P_t$	ההספק המשודר מהטלפון הסלולארי
$G_t$	הגבר האנטנה בטלפון הסלולארי
$G$	הגבר האנטנה במסוק
$\lambda$	אורך הגל של האות המשודר
$R$	הטווח בין המסוק לטלפון הסלולארי
$L_{SL} \geq 1$	הפסדי מימוש נוספים במערכת.
$C$	מהירות האור
$f$	תדר השידור

אם נתרגם את משוואה 1.2 ל-dB נקבל את המשוואות הבאות:

$$(2.2) \quad P_{in} = P_{out} - L - L_{SL} + G(\theta, \varphi)$$

כאשר:

$P_{in}$	ההספק הנקלט במקלט במסוק ב-dB
$P_{out} = P_t G_t$	ההספק המשודר מהטלפון הסלולארי ב-dB לאחר ההגבר.
$L$	ההנחה היא כי גודל זה קבוע מכיוון שהגבר השידור כלל כווני וקבוע בזוית.
$L$	הניחות באוויר ב-dB
$G(\theta, \varphi)$	עקום הקרינה - הגבר האנטנה במסוק כתלות בזוית הציוד $\theta$ ובזוית ההגבהה $\varphi$ .



הניחות באוויר, L, נתון לפי :

$$L = 97.8 + 20\log(f) + 20\log(R) \quad (2.3)$$

כאשר :

L	הניחות באוויר ב-dB
f	התדר המשודר מהטלפון הסלולארי ב-GHz
R	הטווח בין המסוק לטלפון הסלולארי ב-NM

2.4.2 טיפול ברעשים תרמיים

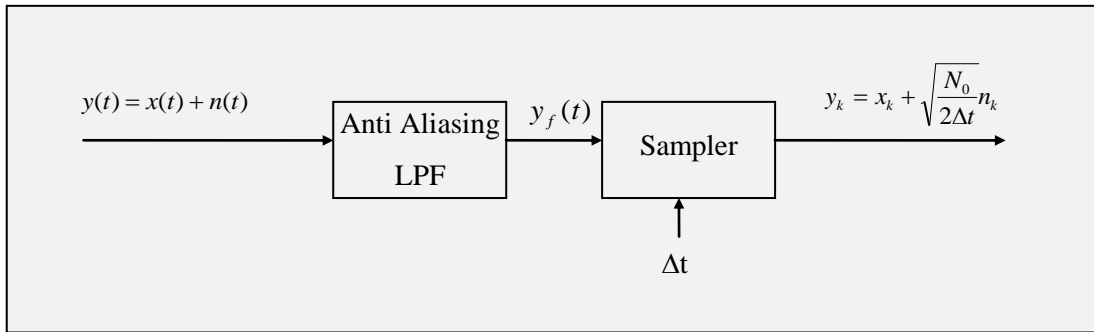
על מנת להשוות ביצועים נדרש לחשב את יחס האות לרעש CNR ולשם כך יש לחשב את הרעש הקיים ברקע. לפי [18-App. B] הרעש התרמי נתון לפי :

$$P_n = kTB \quad (2.4)$$

כאשר :

k	קבוע בולצמן השווה ל- $\left[ \frac{\text{Joules}}{\text{Kelvin}} \right]$ $1.38 \cdot 10^{-23}$
T	טמפרטורת הרקע ב-Kelvin
B	רוחב הסרט של המערכת ב-Hz.

רוחב הסרט של המערכת נקבע לפי קצב דגימת הנתונים. כדי למנוע תופעת Aliasing במהלך הדגימה נשתמש במסנן Anti Aliasing כמתואר בתרשים הבא :



תרשים 2.4 - דגימת מדידות המערכת

$y(t)$  הוא עוצמת הסיגנל הנקלט במערכת המתקבלת לפי עוצמת הסיגנל האמיתית  $x(t)$  בתוספת רעש לבן תרמי  $n(t)$  שספקטרום ההספק שלו נתון לפי  $S_n = \frac{N_0}{2} = \frac{kT}{2}$ . קצב הדגימה וכן מסנן ה-Anti Aliasing צריכים להיות גדולים מקצב נייקויסט כדי שאינפורמציה לא תלך לאיבוד בדגימת העוצמות  $x(t)$  ולכן לאחר מסנן ה-Anti Aliasing,  $x(t)$  לא משתנה.

על מנת לבדוק את ההשפעה על הרעש נממש את מסנן ה-Anti Aliasing לפי :

$$(2.5) \quad y_f(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t y(t) dt$$

לחישוב הספק חלק הרעש לאחר המעבר במסנן, נחשב את פונקציית האוטוקורלציה של הרעש :

$$(2.6) \quad \begin{aligned} E\{n_f(t)n_f(\tau)\} &= \frac{1}{\Delta t^2} E\left\{ \int_{t-\Delta t}^t n(t) dt \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} n(\tau) d\tau \right\} = \\ &= \frac{N_0}{2\Delta t^2} E\left\{ \int_{t-\Delta t}^t \tilde{n}(t) dt \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} \tilde{n}(\tau) d\tau \right\} = \frac{N_0}{2\Delta t^2} \int_{t-\Delta t}^t \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} E\{\tilde{n}(t)\tilde{n}(\tau)\} dt d\tau = \\ &= \frac{N_0}{2\Delta t^2} \int_{t-\Delta t}^t \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} \delta(t-\tau) dt d\tau = \frac{N_0}{2\Delta t^2} \cdot \Delta t = \frac{N_0}{2\Delta t} \end{aligned}$$

כאשר :

$$n(t) \quad \text{הרעש התרמי הלבן כאשר ספקטרום ההספק שלו נתון לפי } \frac{N_0}{2}$$

$$\tilde{n}(t) \quad \text{רעש גאוסני לבן עם ספקטרום הספק } = 1, \quad n(t) = \sqrt{\frac{N_0}{2}} \tilde{n}(t)$$

ובהנחה כי אין תלות בין התהליך לרעש נקבל כי :

$$(2.7) \quad y_f(t) \approx x(t) + \sqrt{\frac{N_0}{2\Delta t}} \tilde{n}(t)$$

ולאחר דגימת הסיגנל נקבל,

$$(2.8) \quad y_k = x_k + \sqrt{\frac{N_0}{2\Delta t}} n_k$$

כלומר, הספק הרעש תלוי בקצב דגימת הנתונים ושווה ל :

$$(2.9) \quad P_n = \frac{N_0}{2\Delta t} = \frac{kT}{2\Delta t}$$

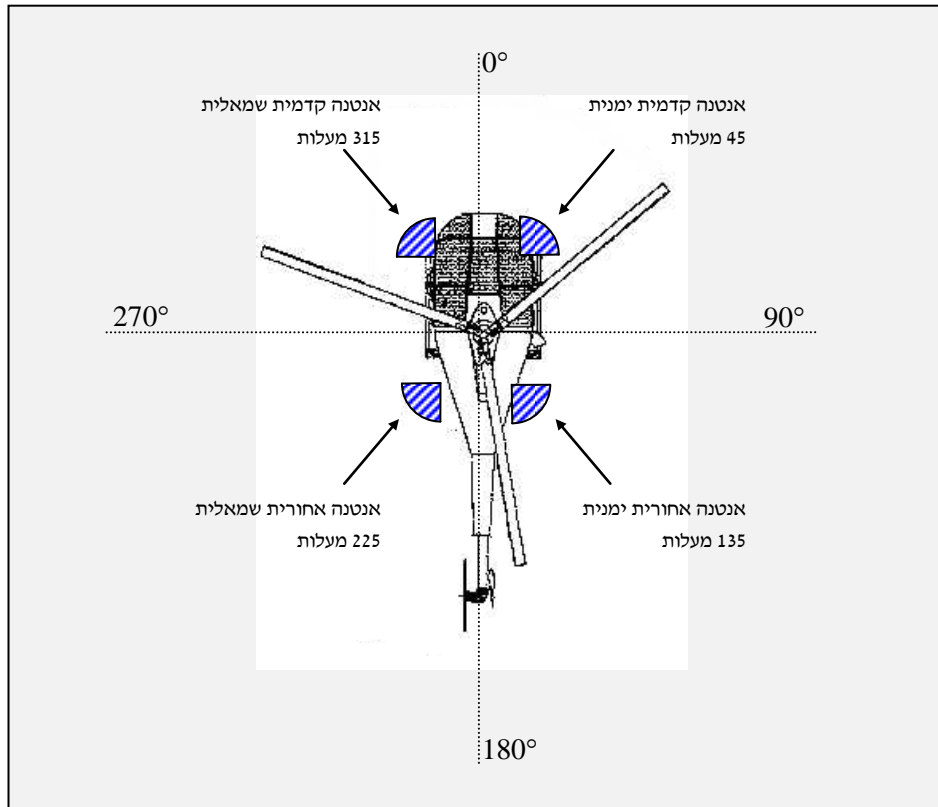
בפרק 4 נבדוק את השפעת קצב הדגימה על ביצועי המערכת. לצורך השוואת הביצועים ללא תלות ברוחב הסרט של המערכת נשווה את הביצועים כתלות ב-CNR ליחידת תדר כלומר,

$$.CNR = \frac{P_{out}}{kT}$$

### 3. הפתרון המוצע

#### 3.1 תאור המערכת

מערכת המדידה תכיל 5 אנטנות כווניות בעלות רוחב אלומה של 90 מעלות. ארבע אנטנות מותקנות בצידי המסוק ומכוונות לזוויות 45, 135, 225 ו-315 מעלות (ראה תרשים 3.1). האנטנה החמישית מותקנת בתחתית המסוק ומכוונת כלפי מטה.



תרשים 3.1 - התקנת האנטנות הכווניות בצידי המסוק

האנטנות יחוברו למקלט, אשר ידגום את האנטנות בזו אחר זו, לקליטת האות המשודר. המקלט יהיה ברגישות מספיקה לקליטת האותות בכל מרחב התא הסלולארי בו נרשמה קריאת המצוקה. מדידות העוצמה יועברו למחשב, שימוקם במסוק, אשר יבצע את השערוך ויעביר את מיקום קריאת המצוקה לטייס לצורך ההגעה לנפגע. מחשב העיבוד יקבל את נתוני הנווט של המסוק מיחידת הנווט. ככל שמערכת הנווט תהיה מדויקת יותר, מודל התנועה יהיה מדויק יותר ולכן שערוך המיקום יתכנס באופן מהיר יותר. מחשב העיבוד יפעיל את אלגוריתם פילטר הקלמן, שיתואר בהמשך העבודה, לצורך שערוך המיקום של הנפגע. במצבים בהם תהינה מספר קריאות מצוקה בו זמנית, יש להבדיל בין האותות המשודרים ממקומות שונים. לצורך כך, אות השידור ימשיך להיות מקודד בתדר בזמן או ע"י קוד המוקצים למשתמש במהלך קריאת המצוקה. ללא תלות בשיטת השידור, המקלט צריך לזהות את העוצמות המשודרות בכל שיטה ולהעביר אותן למחשב העיבוד.

### 3.2. מודל התנועה

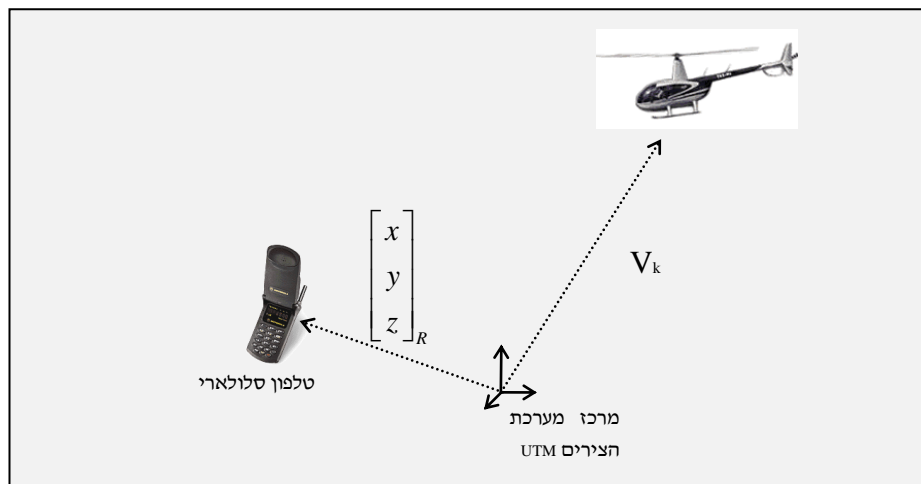
המדידות הנקלטות במסוק משתנות לאור תנועתו של המסוק. כדי לבצע את השערוך באופן מיטבי, יש לדעת איך המדידות ישתנו לאור תנועתו של המסוק ולשם כך מפותח מודל התנועה של הבעיה. על מנת לאפשר אינטגרציה לזמן ארוך, יש צורך לפתח מודל מדויק לבעיה בו לא תהיה שגיאת מודל. בנספח א, מתואר מודל פילטר הקלמן הדיסקרטי ודרך ייצוג הנתונים. לצורך פיתוח מודל הבעיה יש לתאר את המודל על פי התיאור המתאים לפילטר קלמן (משוואה 1.8).

בפיתוח המודל יבוצע שימוש במספר מערכות קואורדינטות המיוצגות בטבלה הבאה :

מערכת צירים	מרכז הצירים	מערכת X כוון	כוון Y	כוון Z
גוף (Body)	מרכז המסוק	אף המסוק	צד ימין	ניצב ל-X, Y ע"פ מערכת צירים ימנית
מקבילה	מרכז המסוק	צפון אמיתי	מזרח אמיתי	כלפי מעלה
UTM	נקודה קבועה	צפון אמיתי	מזרח אמיתי	כלפי מעלה

טבלה 3.1 - מערכות הצירים הנדרשות לפיתוח מודל התנועה

נסתכל על שרטוט 3.2 בו מתואר המסוק והטלפון הסלולארי במרחב :



תרשים 3.2 - תאור מרחבי של הבעיה

נניח כי המיקום האמיתי של הטלפון הסלולארי במערכת UTM הנה :

$$(3.1) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_R$$

על מנת להמיר ממערכת UTM למערכת מקבילה, יש להזיז את מרכז מערכת הצירים למרכז המסוק כלומר :

$$(3.2) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pa\bar{k}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_R - V_k$$

כאשר :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pa\bar{k}} \quad \text{מיקום הטלפון הסלולארי במערכת מקבילה ברגע k.}$$

$$V_k \quad \text{וקטור המיקום המסוק במערכת UTM ברגע k.}$$

מכיוון שמערכת מקבילה ומערכת גוף בעלות אותו מרכז והן מסובבות זו ביחס לזו, כדי להמיר את מיקום הטלפון סלולארי מקואורדינטות מקבילות לקואורדינטות גוף, יש להכפיל במטריצת אוילר הממירה קואורדינטות בין שתי מערכות תלת מימדיות מסובבות :

$$(3.3) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_k} = A_k \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_R - V_k \right)$$

כאשר :

$A_k$  מטריצת אוילר הממירה קואורדינאטה בין שתי מערכות צירים תלת מימדיות - במקרה זה בין מערכת מקבילה למערכת Body. מכיוון שהמסוק נע זוויתית מטריצת ההמרה משתנה בזמן והסימון k מציין כי מטריצה זו נכונה לרגע k.

באופן דומה ניתן להציג את קואורדינטות גוף של הטלפון סלולארי ברגע  $k+1$  :

$$(3.4) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_{k+1}} = A_{k+1} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_R - V_{k+1} \right)$$

מטריצת אוילר ממירה מקואורדינטות מקבילות לקואורדינטות גוף ושווה ל- [21] :

$$(3.5) \quad \begin{bmatrix} X - X & X - Y & X - Z \\ Y - X & Y - Y & Y - Z \\ Z - X & Z - Y & Z - Z \end{bmatrix}^{-1}$$

כאשר :

$$X - X = \cos(TH) \cos(PT)$$

$$X - Y = \cos(TH) \sin(PT) \sin(RL) - \sin(TH) \cos(RL)$$

$$X - Z = \cos(TH) \sin(PT) \cos(RL) + \sin(TH) \sin(RL)$$

$$Y - X = -\sin(TH) \cos(PT)$$

$$Y - Y = -\sin(TH) \sin(PT) \sin(RL) - \cos(TH) \cos(RL)$$

$$Y - Z = \cos(TH) \sin(RL) - \sin(TH) \sin(PT) \cos(RL)$$

$$Z - X = \sin(PT)$$

$$Z - Y = -\cos(PT) \sin(RL)$$

$$Z - Z = -\cos(PT) \cos(RL)$$

True Heading - זווית הסבסוב של המסוק. TH

Pitch - זווית העלרוד של המסוק. PT

Roll - זווית הגלגול של המסוק. RL

מתכונות מטריצת אוילר [21] ניתן לראות כי ההפכית של המטריצה היא הטרנספוז של המטריצה כלומר,

$$(3.6) \quad A_k^{-1} = A_k^T$$

ברגע הלחיצה על לחצן המצוקה, הטלפון הסלולארי נמצא במקום קבוע על הקרקע ולכן קואורדינטות ה-UTM שלו קבועות ולא תלויות בזמן. נחלץ את קואורדינטות UTM של הטלפון סלולארי ממשוואה 3.3 :

$$(3.7) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_R = A_k^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_k} + V_k$$

נציב זאת במשוואה 3.4 ונקבל :

$$(3.8) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_{k+1}} = A_{k+1} \left( A_k^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_k} + V_k - V_{k+1} \right)$$

נסדר את המשוואה אחרת ונקבל :

$$(3.9) \quad \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_{k+1}}}_{x_{k+1}} = \underbrace{A_{k+1} A_k^{-1}}_{A_k} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{B_k}}_{x_k} + \underbrace{A_{k+1}}_{B_k} \underbrace{(-V_{k+1} + V_k)}_{u_k}$$

משוואה 3.9 מייצגת את המודל הליניארי של הבעיה כפי שנדרש במשוואה 1.8 לפי הסימונים המוצגים.

### 3.3. שיקולים בבחירת מודל התנועה

מודל התנועה המוצג במשוואה 9.3 מציג מודל תנועה ליניארי המתאים בדיוק למודל התנועה הנדרש למשעריך פילטר הקלמן. למרות שמודל התנועה ליניארי, הבעיה כולה אינה ליניארית מכיוון שהמדידות הנקלטות תלויות בעקום הקליטה של האנטנה. הגודל  $x$  במשוואה 9.3 מתאר את וקטור הנתונים אותו רוצים לשעריך. אם נשעריך את מיקום הטלפון הסלולארי בקואורדינטות גוף קרטזית, נקבל משוואת תנועה ליניארית אך תלות המדידות בווקטור הנתונים המשוערך תהיה לא ליניארית. מכאן שיש תלות בין בחירת מודל התנועה לתלות הקיימת בין המדידות לווקטור הנתונים. על מנת להגיע לשערוך מיטבי יש לבחור את וקטור הנתונים המשוערך ואת המדידות בצורה נכונה. לעיתים מוותרים על הליניאריות של המודל על מנת לאפשר בחירת פרמטרים נכונה יותר.

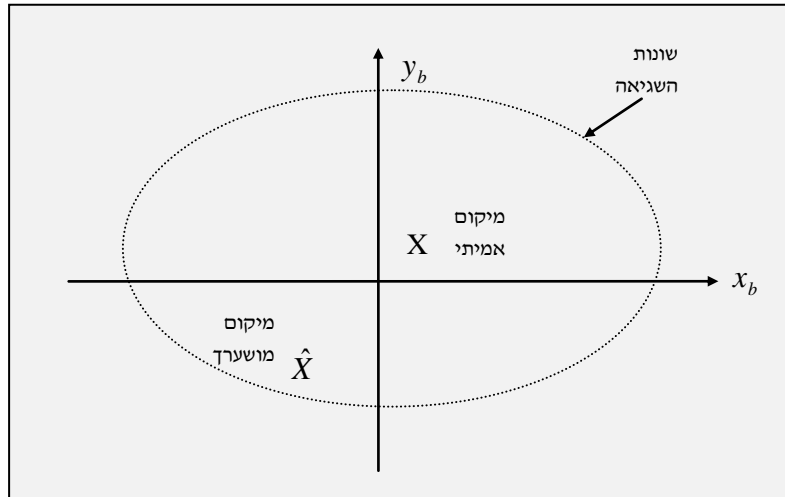
#### 3.3.1. בחירת קואורדינטות גוף, קואורדינטות מקבילות או קואורדינטות UTM

לטייס מומלץ להציג את הנתונים בקואורדינטות גוף פולאריות. קואורדינטות אלה משתנות גם בהשתנות תנועת המסוק וגם בסיבובי המסוק ולכן משתנות יחסית באופן מהיר בזמן. הקואורדינטות המקבילות, לעומת זאת, משתנות רק עם תנועת המסוק ואינן משתנות עם תזוזת המסוק. קואורדינטות ה-UTM אינן משתנות כלל במהלך הטיסה מכיוון שהטלפון הסלולארי נמצא במיקום קבוע. למרות ההשתנות המהירה של קואורדינטות הגוף, מומלץ יותר לבחור אותם לתיאור וקטור הנתונים המשוערך עקב ההמרות המסובכות יותר בהמרה מקואורדינטות מקבילות או UTM לקואורדינטות גוף פולאריות המוצגות לטייס.

#### 3.3.2. בחירת וקטור גוף קרטזי או וקטור גוף פולארי

בחירת וקטור הנתונים המשוערך בעל חשיבות גדולה לגבי טיב השערוך. על מנת להציג לטייס המסוק לאן הוא צריך לטוס על מנת להגיע לנפגע, יש להציג לו את הכוון והטווח של הטלפון הסלולארי ולא את מיקומו בקואורדינטות קרטזיות. כלומר, יש להציג לו את המיקום בקואורדינטות פולאריות. הצגה הפולארית נדרשת מעצם קיום שגיאה בשערוך המיקום. תמיד עדיף יהיה לשעריך את המיקום לפי הדרך בה רוצים להציג את הנתונים ולא לבצע תרגום נוסף. כדי להמחיש זאת, אם יבוצע שערוך בקואורדינטות גוף קרטזיות, יכול להוצר מצב בו שגיאת השערוך תביא לטיסה לכוון ההפוך כפי שמוצג בתרשים 3.3.





תרשים 3.3 - תאור שגיאות צפויות במקרה של שערך קרטזי

נניח כי לאחר זמן שערך קיימת שגיאה קטנה בקואורדינטות גוף קרטזיות (מסומנת כאליפסת השגיאה המותרת) מהתרשים ניתן לראות כי למרות שהמשערך נמצא בגבול השגיאה המותרת, לאחר תרגום לקואורדינטות פולאריות, המיקום המשוערך מביא לכוון שונה בכ-180 מעלות מהכוון הרצוי, דבר שיכול להביא את הטייס לטוס לכוון ההפוך מהרצוי. מעצם השערך הפולארי, שגיאה קטנה לאחר זמן שערך לא תהיה גדולה ממעלות בודדות ולכן לא יתכנו שגיאות של 180 מעלות. גם אם תהיה שגיאה גדולה מכך עדיין הכוון שיוצג יביא לטיסה בכוון הנכון. כאשר עובדים במערכת פולארית, במקרה הגרוע ביותר, ניתן להגביל את השגיאה בכוון לשגיאות של עד 90 מעלות ע"י בדיקה שהאנטנה המכוונת לרביע בו מתקבל השערך קולטת בעוצמה החזקה ביותר. החיסרון בשימוש בקואורדינטות פולאריות הוא אפשרות של מעבר חד של 180 מעלות בזוית, כאשר עוברים מעל הטלפון הנייד. מכיוון שמודל התנועה מדויק, הפילטר ממשיך לעקוב גם במקרה זה. יעף 3 בפרק 4 מתאר מקרה זה.

כדי להסביר את הבעיה נתבונן תחילה בהמרת הנתונים מקואורדינטות קרטזיות לפולאריות על מנת להציג את הכוון והטווח לטייס. המשוואות הבאות מתארות את ההמרה הדרושה :

$$(3.10) \quad \theta = \arctan\left(\frac{y_B}{x_B}\right)$$

$$(3.11) \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{z_B}{R}\right)$$

$$(3.12) \quad R = \sqrt{x_B^2 + y_B^2 + z_B^2}$$

כאשר :

מיקום הטלפון הסלולארי בקואורדינטות קרטזיות  $x_B, y_B, z_B$

מיקום הטלפון הסלולארי בקואורדינטות פולאריות  $\theta, \varphi, R$

אם יחושב הכוון והטווח ע"י המרה בין קואורדינטות קרטזיות לפולאריות, השערוך לא יביא לשערוך המיטבי מכיוון שפונקצית המרה יכולה לקלקל את השערוך :

$$(3.13) \quad \hat{X}_{1-polar} = f(\hat{X}_{Body}) \neq \hat{X}_{2-polar} = \hat{X}_{polar}$$

כאשר :

$$f(\bullet) \quad \text{פונקציות ההמרה מקואורדינטות קרטזיות לפולאריות (משוואות 3.10, 3.11)}$$

משערך 1 לקואורדינטות הפולאריות - מבוסס על שערוך קואורדינאטות קרטזיות והמרה לקואורדינטות פולאריות.  $\hat{X}_{1-polar}$

משערך 2 לקואורדינטות הפולאריות - מבוסס על שערוך הקואורדינטות הפולאריות באופן ישיר.  $\hat{X}_{2-polar}$

משערך ישיר של הקואורדינטות הקרטזיות.  $\hat{X}_{Body}$

משערך ישיר של הקואורדינטות הפולאריות.  $\hat{X}_{polar}$

השוויון במשוואה 3.13 יתקיים תמיד כאשר הפונקציה  $f$  ליניארית ובד"כ לא יתקיים כאשר הפונקציה  $f$  אינה ליניארית. בהמרה זו הפונקציה  $f$  אינה ליניארית ולכן תקלקל את השערוך.

### 3.3.3 פיתוח מודל התנועה עם קואורדינטות גוף פולאריות

במשוואה 3.9 מתוארת משוואת התנועה עם קואורדינטות גוף קרטזיות. כפי שהוסבר בסעיפים הקודמים, שערוך טוב יותר יהיה כאשר ייצוג וקטור הנתונים יהיה בקואורדינטות גוף פולאריות. לפיתוח משוואות התנועה עם וקטור נתונים בקואורדינטות פולאריות יהיה צורך להשתמש במודל תנועה לא ליניארי ולכן יהיה צורך להשתמש בפילטר קלמן המורחב (EKF).

על מנת להמיר את המשוואות לקואורדינטות פולאריות נשתמש במשוואות המתארות את הקשר בין שתי מערכות הקואורדינטות. ההמרה בין קואורדינטות הגוף לקואורדינטות הפולאריות מתוארות במשוואות 3.10, 3.11, ו-3.12. במודל התפשטות אות ה-RF (משוואה 2.2 ו-2.3) רואים קשר לוגריתמי בין העוצמות הנקלטות לבין הטווח. על מנת למנוע תלות לא סימטרית של המדידות בטווח (שוני בין טווחים רחוקים לקרובים) נשערך את הטווח הלוגריתמי כלומר את

$$r = \log_{10} R \quad \text{משוואות 3.10 - 3.12 יתורגמו למשוואות הבאות עבור } r :$$

$$(3.14) \quad \theta = \arctan\left(\frac{y_B}{x_B}\right)$$

$$(3.15) \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{z_B}{10^r}\right)$$

$$(3.16) \quad r = \log_{10} \sqrt{x_B^2 + y_B^2 + z_B^2}$$

הקשר בין הקואורדינטות הפולאריות לבין קואורדינטות הגוף מתואר במשוואות הבאות :

$$(3.17) \quad x_B = R \cos(\varphi) \cos(\theta) = 10^r \cos(\varphi) \cos(\theta)$$

$$(3.18) \quad y_B = R \cos(\varphi) \sin(\theta) = 10^r \cos(\varphi) \sin(\theta)$$

$$(3.19) \quad z_B = -R \sin(\varphi) = 10^r \sin(\varphi)$$

את משוואות 3.17 - 3.19 נתאר באמצעות הקשר הוקטורי

$$(3.20) \quad X_B = T(X_p)$$

כאשר :

וקטור קואורדינטות הגוף.  $X_B$

וקטור הקואורדינטות הפולאריות.  $X_p$

ובאופן דומה את משוואות 3.14 - 3.16 נתאר באמצעות הקשר

$$(3.21) \quad X_p = T^{-1}(X_B)$$

נציב את הקשרים 3.20 ו- 3.21 במשוואה 3.9 ונקבל :

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \\ r \end{bmatrix}_{p_{k+1}} = T^{-1} \left( A_{k+1} A_k^{-1} T \left( \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \\ r \end{bmatrix}_{p_k} \right) + A_{k+1} (-V_{k+1} + V_k) \right)$$

$$X_{p_{k+1}} = T^{-1} (A_{k+1} A_k^{-1} T(X_{p_k}) + A_{k+1} (-V_{k+1} + V_k))$$

$$X_{p_{k+1}} = T^{-1} (A_{k+1} [A_k^{-1} T(X_{p_k}) + (-V_{k+1} + V_k)])$$

(3.22)

$$X_{p_{k+1}} = T^{-1} \left( A_{k+1} \left( \underbrace{A_k^{-1} T(X_{p_k})}_{T(X)} + \Delta UTM \right) \right) = f(X_{p_k}, u_k)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{B(U(T(X)))}$

כאשר :

פונקצית ההמרה בין קואורדינטות גוף פולאריות לקואורדינטות גוף קרטזיות.  $T(\cdot)$

מטריצת אוילר הממירה מקואורדינטות גוף לקואורדינטות מקבילות.  $A_k$

שינוי מיקום המסוק ב-UTM בין רגע k לרגע k+1.  $\Delta UTM$

משוואה זו מתארת את מודל התנועה מדויק בין קואורדינטות הגוף הפולאריות ברגע k לבין קואורדינטות הגוף הפולאריות ברגע k+1.  
 משוואה זו אינה ליניארית עקב הפונקציות T ולכן יש להשתמש בפילטר קלמן המורחב (EKF) המפורט בנספח א סעיף 7.1.2.

נפתח את המטריצות W, F המוצגות במשוואות 8.13, 8.14, לפי כלל השרשת על משוואה 3.22. נקבל:

(3.23)

$$F = \frac{\partial B}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial X} =$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial b1}{\partial u1} & \frac{\partial b1}{\partial u2} & \frac{\partial b1}{\partial u3} \\ \frac{\partial b2}{\partial u1} & \frac{\partial b2}{\partial u2} & \frac{\partial b2}{\partial u3} \\ \frac{\partial b3}{\partial u1} & \frac{\partial b3}{\partial u2} & \frac{\partial b3}{\partial u3} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial B}{\partial U}} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial u1}{\partial t1} & \frac{\partial u1}{\partial t2} & \frac{\partial u1}{\partial t3} \\ \frac{\partial u2}{\partial t1} & \frac{\partial u2}{\partial t2} & \frac{\partial u2}{\partial t3} \\ \frac{\partial u3}{\partial t1} & \frac{\partial u3}{\partial t2} & \frac{\partial u3}{\partial t3} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial U}{\partial T}} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial t1}{\partial \theta} & \frac{\partial t1}{\partial \varphi} & \frac{\partial t1}{\partial r} \\ \frac{\partial t2}{\partial \theta} & \frac{\partial t2}{\partial \varphi} & \frac{\partial t2}{\partial r} \\ \frac{\partial t3}{\partial \theta} & \frac{\partial t3}{\partial \varphi} & \frac{\partial t3}{\partial r} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial T}{\partial X}}$$

כאשר:

$t3, t2, t1$  מייצגים את ההמרה מקואורדינטות פולאריות לקואורדינטות גוף. משוואות 3.17, 3.18, 3.19 בהתאמה.

$u3, u2, u1$  מייצגים את ההמרה מקואורדינטות הגוף ברגע k לרגע k+1.

$$U(T) = A_{k+1} (A_k^{-1} T + \Delta UTM) - 3.9$$

$b3, b2, b1$  מייצגים את ההמרה מקואורדינטות גוף לקואורדינטות פולאריות. משוואות 3.14, 3.15, 3.16 בהתאמה.

עתה נשאר רק לגזור את המשוואות ולקבל:

$$\frac{\partial T}{\partial X}$$

$$\frac{\partial t1}{\partial \theta} = -10^r \cos \varphi \sin \theta \quad \frac{\partial t1}{\partial \varphi} = -10^r \sin \varphi \cos \theta \quad \frac{\partial t1}{\partial r} = 10^r \ln 10 \cos \varphi \cos \theta$$

$$(3.24) \quad \frac{\partial t2}{\partial \theta} = 10^r \cos \varphi \cos \theta \quad \frac{\partial t2}{\partial \varphi} = -10^r \sin \varphi \sin \theta \quad \frac{\partial t2}{\partial r} = 10^r \ln 10 \cos \varphi \sin \theta$$

$$\frac{\partial t3}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial t3}{\partial \varphi} = 10^r \cos \varphi \quad \frac{\partial t3}{\partial r} = 10^r \ln 10 \sin \varphi$$

מטריצה  
 $\frac{\partial U}{\partial T}$

$$(3.25) \quad A_{k+1} A_k^{-1} = A_{k+1} A_k^T$$

כאשר :

$A_k$  מטריצת אוילר הממירה בין מערכת מקבילה למערכת Body ברגע k.

מטריצה  
 $\frac{\partial B}{\partial U}$

$$(3.26) \quad \begin{aligned} \frac{\partial b1}{\partial u1} &= -\frac{u2}{u1^2 + u2^2} & \frac{\partial b1}{\partial u2} &= \frac{u1}{u1^2 + u2^2} & \frac{\partial b1}{\partial u3} &= 0 \\ \frac{\partial b2}{\partial u1} &= -\frac{u3u1}{\sqrt{u1^2 + u2^2}(u1^2 + u2^2 + u3^2)} & \frac{\partial b2}{\partial u2} &= -\frac{u3u2}{\sqrt{u1^2 + u2^2}(u1^2 + u2^2 + u3^2)} & \frac{\partial b2}{\partial u3} &= \frac{\sqrt{u1^2 + u2^2}}{u1^2 + u2^2 + u3^2} \\ \frac{\partial b3}{\partial u1} &= \frac{u1}{(u1^2 + u2^2 + u3^2)\ln 10} & \frac{\partial b3}{\partial u2} &= \frac{u2}{(u1^2 + u2^2 + u3^2)\ln 10} & \frac{\partial b3}{\partial u3} &= \frac{u3}{(u1^2 + u2^2 + u3^2)\ln 10} \end{aligned}$$

מכיוון שהמודל מדויק, אין רעש מודל ולכן :

$$(3.27) \quad Q_k = 0 \quad ; \quad W_k = 0$$

מכיוון שעלולים להיות אי דיוקים בהספק המשודר מהטלפון הסלולארי, נשערך גם אותו בנוסף לקואורדינטות הפולאריות. הספק זה קבוע במהלך שערך המיקום ולכן,  $x_4 = P_{out}$ . תוספת ההספק המשודר לא תשנה את משוואות המודל שפותחו עד כה פרט להוספת איבר בלתי תלוי. מודל התנועה הסופי, על כן, יורכב ממשוואה 2.23 בתוספת המשתנה המשוערך הנוסף  $x_4$  :

$$(3.28) \quad X_{k+1} = \begin{bmatrix} X_{pk+1} \\ x_{4k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(X_{pk}, u_k) \\ x_{4k} \end{bmatrix} = f_T(X_k)$$

גם מבחינת הנגזרות אין תלות בין המשתנים הפולאריים לבין משתנה ההספק ולכן המטריצה  $F_T$  הסופית תורכב מהמטריצה F המוצגת במשוואה 2.23 בתוספת הנגזרות לפי  $x_4$  :

$$(3.29) \quad F_T = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.4. שיקולים בייצוג המדידות

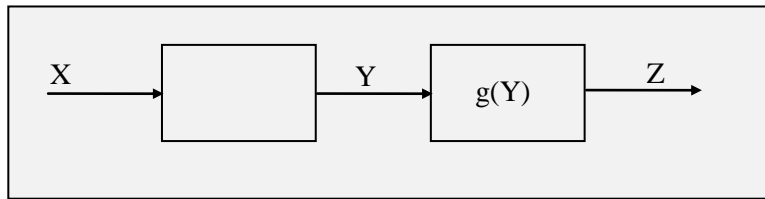
משוואה 2. 8 מתארת את הקשר בין וקטור השערוך לבין המדידות. מודל פילטר הקלמן מציג את הקשר בתיאור ליניארי.

גם עבור המדידות קיימת דילמה מהן המדידות שכדאי להשתמש בהם לצורך השערוך.

#### 3.4.1. מדידות מעובדות

לצורך פשטות האלגוריתם ניתן להשתמש במדידות מעובדות של חישוב הזווית והטווח באופן רגעי על פי העוצמות הנקלטות. באמצעות עוצמות הקליטה מבוצע חישוב הטווח והזווית בדיוקים נמוכים אך נוח מאוד להשתמש בהם מכיוון שהם זהים לפרמטרים אותם רוצים לשערך ומתקבלת משוואה ליניארית בין וקטור הנתונים המשוערך לבין המדידות. מאידך, מדידות מעובדות יכולות לפגוע ולהטות את התוצאה. אם נניח כי מדידות ההספק מתפלגות באופן נורמלי, הפילוג של המדידות המעובדות לא יהיה נורמלי כאשר העיבוד מבוצע בתהליך לא ליניארי. בנוסף לכך, בתהליך העיבוד יכולה להיפגע חלק מהאינפורמציה הקיימת במדידות הגולמיות ולכן אלגוריתם פילטר הקלמן יתכנס לאט יותר.

משפט עיבוד הנתונים (Data Processing Inequality) [22] מוכיח כי האינפורמציה לאחר העיבוד קטנה או שווה לאינפורמציה לפני העיבוד. כלומר, אם יש לנו ערוץ העיבוד הבא :



תרשים 3.4 - ערוץ עיבוד נתונים

ניתן להוכיח כי [22] :

(3.30)

$$I(X;Y) \geq I(X;g(Y))$$

כאשר :

X	קואורדינטות גוף אמיתיות
Y	מדידות ההספק $Y=f(X)$
$Z=g(Y)$	חישוב רגעי של קואורדינטות הגוף מתוך מדידות ההספק
$I(X;Y)$	מתאר את האינפורמציה ההדדית בין X ל-Y
$I(X;g(Y))$	מתאר את האינפורמציה ההדדית בין X ל- $Z=g(Y)$

ומכאן שעדיף לשערך את הקואורדינטות על פי המדידות Y ולא על פי הפונקציה g שיכולה רק לקלקל את האינפורמציה.

בנוסף, שוויון יתקיים רק כאשר  $I(X;Y|Z)=0$  כלומר, אם ידועה תוצאת העיבוד לא תתוסף כל אינפורמציה במעבר בין  $X$  ל- $Y$ . במקרה זה מידיעת הזווית והטווח שהתקבלו לאחר העיבוד לא ניתן לחזור ולדעת את העוצמות הגולמיות שהתקבלו ועדיין קיימת אינפורמציה במעבר בין  $X$  ל- $Y$ . לכן האינפורמציה לאחר העיבוד קטנה ממש מהאינפורמציה הגולמית. שימוש בעוצמות הגולמיות פשוט גם הוא למימוש ולכן כדאי להשתמש בנתוני העוצמות הגולמיות כמדידות המערכת גם אם ירידת האינפורמציה כתוצאה מהעיבוד אינה גדולה.

### 3.4.2. מדידות גולמיות

כאמור בסעיף הקודם, עדיף להשתמש במדידות הגולמיות כמדידות המערכת. המדידות הגולמיות במקרה זה הן עוצמות הקליטה בכל אנטנה. במערכת AMPS המבוססת על FDMA, ניתן לקבל באופן פשוט את עוצמות הקליטה בכל אנטנה ע"י סינון בתדר של הערוץ בו משדר המשתמש. במערכות כמו GSM או Qualcomm המבוססות על TDMA ו-CDMA בהתאמה דרוש סנכרון זמנים בין המסוק לטלפון הסלולארי ועיבודים נוספים על מנת לקבל את העוצמות. עיבודים אלו מסרבלים את המערכת אך מוסיפות אפשרויות נוספות לשיפור השערוך. אפשרויות אלו מתוארות בסעיפים הבאים.

כדי לפתח את מודל המדידות לפי העוצמות הנקלטות נרשום את הקשר הלא ליניארי בין ההספקים לבין וקטור המצב (קואורדינטות הגוף) ברגע  $k$  הנתון במשוואות 2.2 ו-2.3 :

$$(3.31) \quad P_{in,k} = P_{out} - (97.8 + 20\log(f) + 20r_k) + G_i(\theta_k, \varphi_k)$$

כאשר:

$i$  מציינ את האנטנה ה- $i$  (מתוך 5 האנטנות)

המדידות במקלט מבוצעות במיקרוולטים ולכן נמיר את מדידת ההספק למיקרוולטים באופן הבא :

$$(3.32) \quad P[mW] = 10^{P[dBm]/10}$$

מכאן :

$$(3.33) \quad P[W] = 10^{-3} \cdot 10^{P[dBm]/10} = 10^{P[dBm]/10-3}$$

מכאן :

$$(3.34) \quad V[Volt] = \sqrt{P[W]} = P[W]^{1/2} = 10^{P[dBm]/20-3/2}$$

ולכן :

$$(3.35) \quad V[\mu Volt] = 10^6 \cdot 10^{P[dBm]/20-3/2}$$

המדידות בפועל ילוו ברעש גאוסי תרמי שגודלו מתואר במשוואה 2.9 ולכן יהיו :

$$(3.36) \quad z_{i,k} = V_{in,k} = 10^6 \cdot 10^{P_m[dBm]/20-3/2} + \sqrt{\frac{N_0}{2\Delta f}} v_k = h_i(X_{pk}, v_k)$$

כאשר :

מציין את האנטנה ה- $i$ (מתוך 5 האנטנות)	$i$
מתאר רעש גאוזי סטנדרטי לבן עם תוחלת 0 וקוואריאנס של 1.	$v_k$
מתואר במשוואה 3.31. 3 כתלות בוקטור המצב $X$ .	$P_{in}[dBm]$

משוואה זו אינה ליניארית ולכן גם עבור המדידות יש להשתמש בפילטר קלמן המורחב.

נפתח את המטריצות  $V, H$ , המוצגות במשוואות 8.20 ו-8.21.  
 בגזירת משוואה 3.36 לפי  $X$  נקבל את המטריצה  $H$ .  
 לפי כלל השרשרת :

$$(3.37) \quad H = \frac{\partial h}{\partial X} = \frac{\partial h}{\partial P_{in}} \cdot \frac{\partial P_{in}}{\partial X}$$

הנגזרת הראשונה הנה מספר עבור כל  $h_i$  התלוי בוקטור המצב  $X$  :

$$(3.38) \quad \frac{\partial h_i}{\partial P_{in}} = \frac{\ln(10)}{20} 10^6 \cdot 10^{P_m[dBm]/20-3/2}$$

הנגזרת השנייה הנה מטריצה הנתונה בסט המשוואות הבא :

מטריצה  
 $\frac{\partial P_{in}}{\partial X}$

$$(3.39) \quad \begin{array}{cccc} \frac{\partial h1}{\partial \theta} = \frac{\partial G_1(\theta, \varphi)}{\partial \theta} & \frac{\partial h1}{\partial \varphi} = \frac{\partial G_1(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial h1}{\partial r} = -20 & \frac{\partial h1}{\partial P_{out}} = 1 \\ \frac{\partial h2}{\partial \theta} = \frac{\partial G_2(\theta, \varphi)}{\partial \theta} & \frac{\partial h2}{\partial \varphi} = \frac{\partial G_2(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial h2}{\partial r} = -20 & \frac{\partial h2}{\partial P_{out}} = 1 \\ \frac{\partial h3}{\partial \theta} = \frac{\partial G_3(\theta, \varphi)}{\partial \theta} & \frac{\partial h3}{\partial \varphi} = \frac{\partial G_3(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial h3}{\partial r} = -20 & \frac{\partial h3}{\partial P_{out}} = 1 \\ \frac{\partial h4}{\partial \theta} = \frac{\partial G_4(\theta, \varphi)}{\partial \theta} & \frac{\partial h4}{\partial \varphi} = \frac{\partial G_4(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial h4}{\partial r} = -20 & \frac{\partial h4}{\partial P_{out}} = 1 \end{array}$$

מכיוון שמניחים כי רעש המדידה חיבורי נקבל :

$$(3.40) \quad V = I$$



## 3.4.3 ייצוג המדידות במערכת TDMA ו-CDMA

במערכת TDMA משודרים נתוני המשתמש ב-Slots בזמן ולכן על מנת לקבל את העוצמות המשודרות יש לבצע סנכרון זמנים בין המסוק למשתמש. במערכת CDMA בנוסף לסנכרון הזמנים יש לבצע DeSpreading על מנת לקבל את עוצמות הקליטה ששודרו מהטלפון הסלולארי. בעיה נוספת הקיימת במערכות אלו היא שפילטר ה-AntiAliasing המתואר בסעיף 2.6.2 אינו יכול לסנן את המדידה לאורך כל ציר הזמן ולכן הרעש בפועל גדל בפקטור. אם למשל בשיטת שידור GSM קיימים 8 ערוצי דיבור בגל נושא אחד, סינון האות ממשתמש אחד יבוצע רק ב-1/8 מהזמן ולכן רעש המדידה יגדל פי  $\sqrt{8}$ . בנוסף לבעיות אלו, תחנת הבסיס יכולה לשנות את עוצמת השידור של הטלפון הסלולארי עקב בעיית קרוב רחוק או לצורך חסכון אנרגיית הסוללה. בעיית שינוי ההספק יכולה להיפתר בקלות ע"י כך שאם נרשמה קריאת מצוקה בטלפון הסלולארי לא יבוצע שינוי עוצמה עד לאיתור המיקום של המשתמש. במרבית המקרים, המשתמש אינו נע לאחר הפעלת קריאת המצוקה ולכן אין כל בעיה להשאיר את הספק השידור קבוע. מכיוון שבמקרה זה מבוצע במערכת סנכרון זמנים בין הטלפון הסלולארי לבין המשתמש, ניתן לשלב את הסנכרון עם פילטר הקלמן כך שישלימו זה את זה. אחת הבעיות המרכזיות ממנה סובל פילטר הקלמן המשערך את המיקום בשיטה זו, הוא חוסר הדיוק בקליטת העוצמות ושינויי הספק הגורמים לשגיאות גדולות בטווח. מערכות הסנכרון בזמן סובלות פעמים רבות מסטיית זמן ו-Scaling הנובעות מ-Multipath ואי דיוקי השעון. כדי לבצע את הסנכרון בזמן יש לקזז את זמן ההתפשטות של האות באוויר. אם מניחים כי האות מתפשט במהירות האור ניתן לרשום את הקשר :

$$(3.41) \quad t = \lambda \left( \frac{1}{C} \cdot R + \tau \right)$$

כאשר :

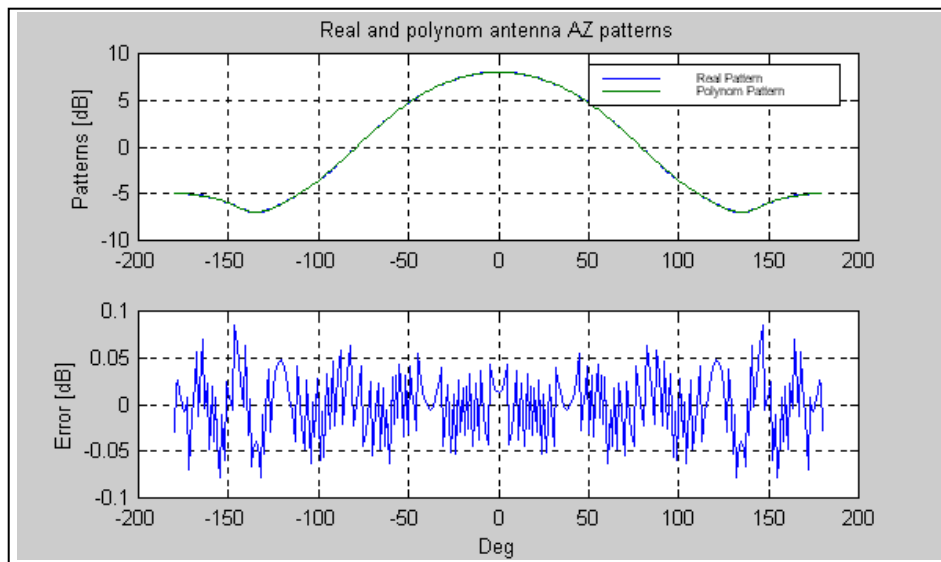
t	שערוך זמן ההתפשטות לצורך סנכרון זמנים בין המסוק לטלפון הסלולארי
C	מהירות האור
R	הטווח בין הטלפון הסלולארי למסוק
$\tau$	סטיית זמן בשערוך זמן ההתפשטות
$\lambda$	Scaling בשערוך זמן ההתפשטות

ניתן לשלב משוואה זו במשוואות פילטר הקלמן לצורך שערוך של  $\tau$  ו- $\lambda$  ולצורך סיוע בהתכנסות מהירה יותר בשערוך הטווח R כאשר משתמשים במדידה t המייצגת את זמן ההתפשטות באוויר. במודל המוצג בעבודה זו לא יהיה שימוש במשוואה זו והשערוך יבוצע על סמך מדידת העוצמות בלבד. בעבודה זו, לא נשתמש בכלים אלו ונבצע את השערוך על פי ההספק בלבד.

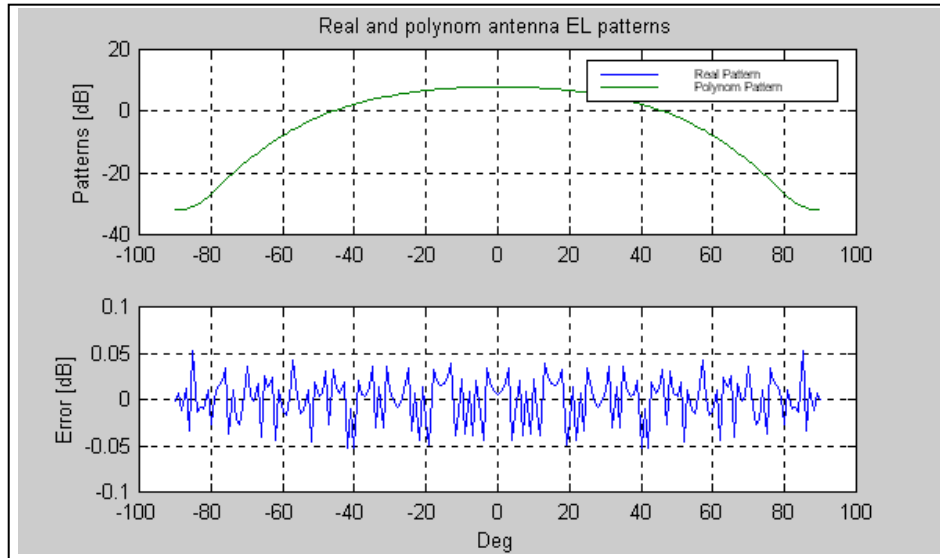
### 3.5. ייצוג עקומי האנטנה

כדי לחשב את הפונקציה  $h$  במשוואה 3.36 ואת  $H$  במשוואות 3.37 עד 3.39 נדרש לדעת לחשב את עקום הקרינה המתואר באמצעות הפונקציה  $G_i(\theta, \varphi)$ . לחישוב הפונקציה נדרש לשמור את הפונקציה במערכת בייצוג מספיק מקורב וכן שניתן יהיה לגזור אותה בקלות. לצורך פשוטות, נייצג את עקום הקרינה באמצעות פולינום שיכול להגיע לקרוב מספיק טוב וכן ניתן לגזור אותו בקלות. פולינום בעל 25 איברים מקרב את פונקציית עקומי הקרינה כתלות בזווית הציוד וההגבהה בדיוק של 0.05 dB. דיוקים אלו מספיקים לייצוג עקומי הקרינה ולהפעלת פילטר הקלמן. תאור קרוב עקום הקרינה בזווית הציוד מתואר בתרשים 3.5 ועקום הקרינה לזווית ההגבהה מתואר בתרשים 3.6. בפרק 4 תבחן השפעת קרוב זה על תוצאות השערוך.

לאחר הצגה ופיתוח משוואות מודל התנועה והמדידות ניתן להפעיל את משוואות 8.26 עד 8.30. לביצוע שערוך המיקום באמצעות פילטר קלמן המורחב.



תרשים 3.5 - קרוב עקום הקרינה כתלות בזווית הציוד ושגיאת הקרוב



תרשים 3.6 - קרוב עקום הקרינה כתלות בזווית ההגבהה ושגיאת הקרוב

עקום הקרינה בזווית ההגבהה מקורב רק בתחום הזוויות  $-90$  עד  $90$  מכיוון שזהו התחום בו זווית זו משתנה. לצורך תיאור כל המרחב, זווית הציוד (AZ) משתנה בתחום  $0$  עד  $360$  זווית ההגבהה (EL) משתנה בתחום  $-90$  עד  $90$  והטווח משתנה בתחום  $0$  עד  $\infty$ .

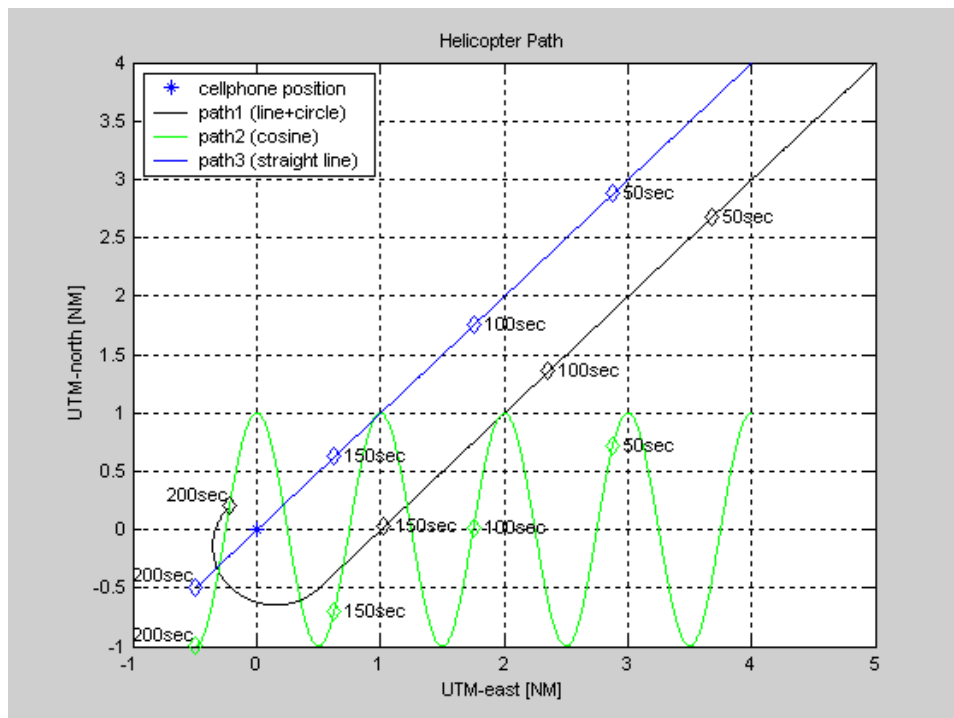
#### 4. שיקולים במימוש הפילטר וסימולציות

בפרק זה יבחנו סימולציות והשפעת פרמטרים שונים על יציבות ודיוק הפילטר. הפרמטרים יבחנו תוך סימולציה שבוצעה ביעפי דוגמא. תחילה ייבדק קצב הדגימה שהינו פרמטר חשוב במערכת משתנה בזמן. קצב דגימה גדול יותר ישפר את התוצאות עד למצב אופטימלי בו השיפור לא יהיה רב ולכן קצב הדגימה יבחר באופן בו הוא יגיע למצב אופטימלי אך לא יהיה גדול מדי כך שיאפשר מימוש קל. פרמטר נוסף שייבדק הוא רגישות הפילטר לשגיאות התחלתיות גדולות. בפילטרי קלמן לא ליניאריים שגיאות גדולות יכולות לגרום להתבדרות הנובעת מהקרובים הליניאריים שבוצעו. השפעת תנאי ההתחלה יבחנו וכן יוצעו מספר דרכים למניעת התבדרות הפילטר. בעיה נוספת הקיימת במימוש הפילטר היא חוסר הכיול של עקומי האנטנות בין הפילטר לעקומים הקיימים בפועל. התכנסות הפילטר תיבדק במקרה של חוסר תאימות זו וכן יוצעו שיטות לכך שהפילטר יתכנס גם לאור חוסר תאימות זו. בנוסף לבדיקת פרמטרים אלו יתוּסַף רעש תרמי גאוסי לבדיקת תגובת הפילטר הכוללת.

בסימולציות שיבוצעו לבדיקת הפרמטרים, האנטנות שהיו בשימוש הן מדגם GSMM096-02-0 של חברת RSI Wireless Communications. אנטנות אלו בגודל של 20 סנטימטרים וברוחב אלומה של 95 מעלות. עקום הקרינה של אנטנה זו מתואר בתרשימים 3.5 ו-3.6.

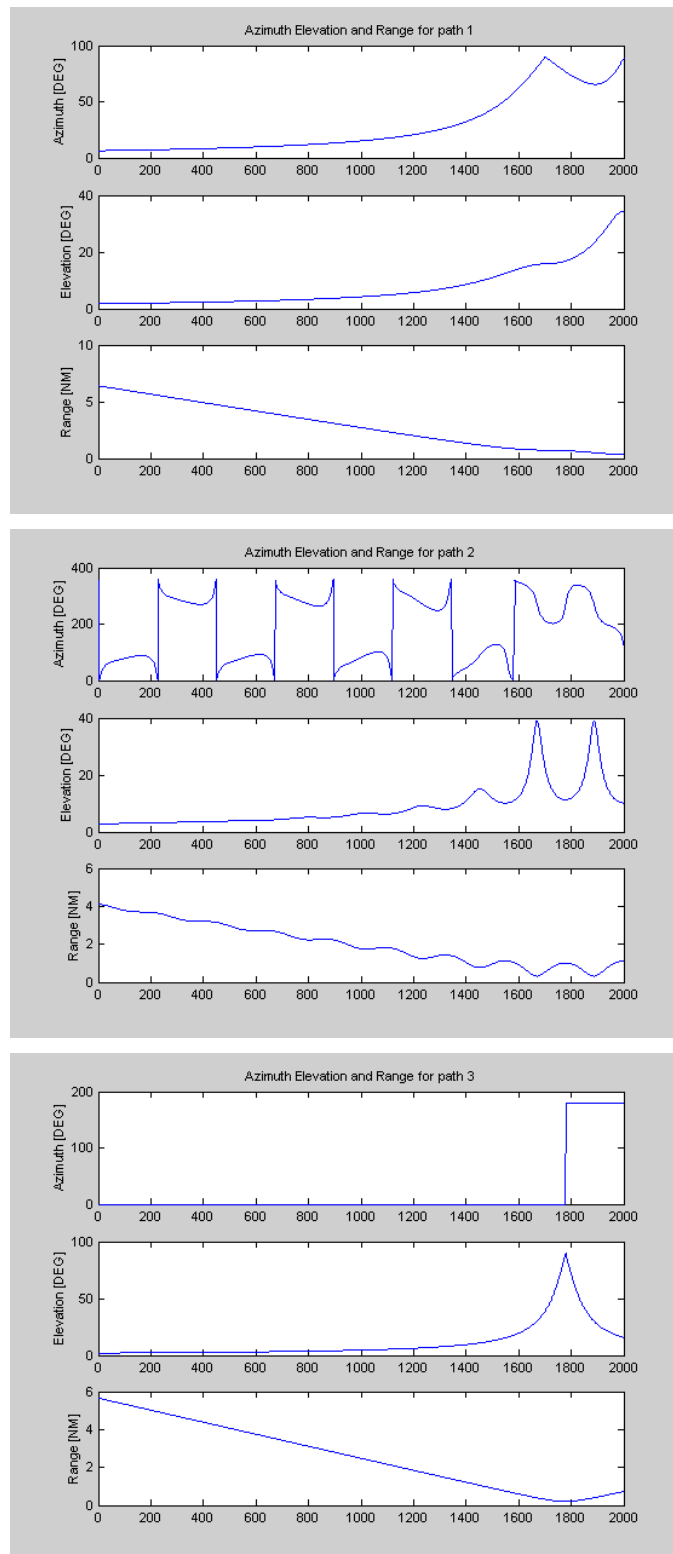
##### 4.1 תאור יעפי הבדיקה

בתרשים 4.1 מתוארים יעפי הדוגמא עליהם הורצו הסימולציות. יעף מספר 1 (שחור), מתאר טיסה ישרה לעבר הטלפון הנייד והקפה מסביבו לקראת סוף היעף. יעף מספר 2 (ירוק), מתאר טיסה סינוסית לעבר הטלפון הנייד. יעף מספר 3 (כחול), מתאר טיסה ישרה לעבר הטלפון הנייד וחצייתו.



תרשים 4.1 – תאור מסלול המסוק בסימולציה

ביעפי הסימולציה מהירות המסוק קבועה ושווה ל-120 NM/H. לצורך פשטות, גובה הטיסה קבוע ושווה ל-0.5NM-וה-Roll וזוויות ה-Pitch של המסוק שוות ל-0 בכל מהלך הטיסה.



תרשים 2. 4 – תאור קואורדינטות גוף פולאריות של מיקום הטלפון עבור יעפים 1, 2 ו-3

#### 4.2 השפעת קצב הדגימה

בבעיות לינאריות קצב הדגימה יכול להשפיע על ההבדל בין  $\sqrt{P(-)}$  ל-  $\sqrt{P(+)}$ . משוואה 8.27 מתארת את חיזוי  $P(-)$  על פי מודל התנועה של הבעיה בעוד משוואה 8.30 מתארת את תיקון  $P(+)$  על פי המדידות. אם התיקון מתבצע באופן תקין,  $P(+)$  יהיה קטן יותר מ- $P(-)$ . מכיוון שקיימת שגיאה בפועל, טיב החיזוי של  $P(-)$  תלוי ב- $\Delta t$ . אם  $\Delta t$  יהיה גדול מדי, קיימת השתנות גדולה בין המצב ברגע הקודם לרגע הנוכחי ולכן שגיאה תתורגם לחיזוי של  $P(-)$  שגוי עוד יותר עד לתיקונו לפי המדידות. בהקטנת  $\Delta t$  לא תהיה כמעט השתנות בין המצב הקודם למצב הנוכחי ולכן  $P(-)$  לא יספיק להשתנות באופן משמעותי עד לקבלת המדידות ותיקונו ל- $P(+)$ .

בבעיות לא לינאריות ישנה השפעה נוספת של  $\Delta t$  בכך שהשגיאות הגדולות בין הרגע הקודם לרגע הנוכחי מחריפות עקב הלינאריזציה של המודל ויגרמו לכך שההתכנסות של  $P$  תהיה איטיות יותר.

רעש המדידה תלוי גם הוא ב- $\Delta t$  לפי  $\sqrt{\frac{N_0}{2\Delta t}}$  (ראה משוואה 9.2). כאשר  $\Delta t$  קטן רעש המדידה גדל

ומטריצת הקוואריאנס של הרעש גדלה. מצד שני, באותו פרק זמן ישנן הרבה יותר מדידות ולכן המיצוע יהיה עבור יותר נקודות וסך שגיאת השערוך לא תגדל. ניתן להמחיש את הפרמטרים השונים המשתתפים בבעיה באמצעות בעיה פשוטה של שערוך קבוע  $x = \alpha$ .

מודל בעיה זו נתון במשוואות הבאות :

$$(4.1) \quad x_{i+1} = x_i$$

$$(4.2) \quad z_i = x_i + \sqrt{\frac{N_0}{2\Delta t}} n_i$$

כאשר :

$$n_i \sim N(0,1) \quad \text{רעש גאوسی לבן עם תוחלת 0 וקוואריאנס 1.}$$

$$R = \frac{N_0}{2\Delta t} \quad \text{הקוואריאנס של רעש המדידה.}$$

$$Q=0 \quad \text{הקוואריאנס של רעש המודל.}$$

ממשואות פילטר הקלמן הליניארי מקבלים כי המשערך האופטימלי לבעיה זו נתון במשוואות הבאות :

משוואות החיזוי :

$$(4.3) \quad \hat{x}_{i+1}^- = \hat{x}_i$$

$$(4.4) \quad P_{i+1}^- = P_i$$

## משוואות התיקון :

$$(4.5) \quad K_i = P_i^- (P_i^- + R)^{-1}$$

$$(4.6) \quad \hat{x}_i = \hat{x}_i^- + K_i (z_i - \hat{x}_i^-)$$

$$(4.7) \quad P_i = (I - K_i)P_i^-$$

## תנאי ההתחלה :

תנאי ההתחלה הטובים ביותר נקבעים על פי מדידה בודדת :

$$(4.8) \quad x_0^- = z_0$$

$$(4.9) \quad P_0^- = R = \frac{N_0}{2\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{x}_0 \sim N\left(\alpha, \frac{N_0}{2\Delta t}\right)$$

נציב את R במשוואה 4.5 ונקבל :

$$(4.10) \quad K_i = P_i^- (P_i^- + R)^{-1} = \frac{2\Delta t P_i^-}{2\Delta t P_i^- + N_0}$$

נציב את משוואות 4.4 ו- 4.10 במשוואה 4.7 ונקבל :

$$(4.11) \quad P_i = \frac{N_0 P_{i-1}}{N_0 + 2\Delta t P_{i-1}}$$

על מנת לפתור משוואה זו ננסה להציב את הפתרון הצפוי כי P יורד ליניארית לפי מספר המדידה

מהערך ההתחלתי  $P_0 = \frac{N_0}{2\Delta t}$  :  $P_i = \frac{P_0}{i} = \frac{P_0 \Delta t}{t} = \frac{N_0}{2t}$  וניתן לראות כי פתרון זה פותר את

המשוואה באופן הבא :

$$(4.12) \quad \frac{N_0 P_{i-1}}{N_0 + 2\Delta t P_{i-1}} = \frac{N_0 \frac{N_0}{2(t-\Delta t)}}{N_0 + 2\Delta t \frac{N_0}{2(t-\Delta t)}} = \frac{\frac{N_0^2}{2(t-\Delta t)}}{\frac{2N_0(t-\Delta t) + 2\Delta t N_0}{2(t-\Delta t)}} = \frac{N_0^2}{2N_0 t} = \frac{N_0}{2t} = P_i$$

מפתרון זה מתקבל כי  $P_i$  אינו תלוי בבחירת  $\Delta t$  וקטן כאשר  $t$  גדל. דבר זה נכון רק כאשר המערכת

ליניארית והפרמטר המשוערך קבוע. במערכת כללית  $P_i$  אינו תלוי בבחירת  $\Delta t$  רק כאשר  $\Delta t$  קטן

מספיק אז תוצאות השערוך שואפות לפתרון המקרה הרציף.

נבדוק מהו ההפרש בין  $P(-)$  ל-  $P(+)$  :

$$(4.13) \quad P_i^- - P_i = P_{i-1}^- - P_i = \frac{N_0}{2(t-\Delta t)} - \frac{N_0}{2t} = \frac{N_0 \Delta t}{2t^2 - 2t\Delta t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty \text{ or } \Delta t \rightarrow 0} 0$$

ממשוואה 4.13 ניתן לראות כי ההפרש בין  $P(-)$  ל-  $P(+)$  קטן כאשר  $\Delta t$  קטן או כאשר  $t$  גדל. נציב את הפתרון של  $P_i$  במשוואה 4.10 ונקבל :

$$(4.14) \quad K_i = \frac{2\Delta t P_i^-}{2\Delta t P_i^- + N_0} = \frac{2\Delta t P_{i-1}^-}{2\Delta t P_{i-1}^- + N_0} = \frac{\Delta t}{t}$$

ממשוואה 4.14 ניתן לראות כי ככל ש- $t$  גדל,  $K_i$  קטן ולכן פחות מסתמכים על המדידות ויותר על המודל.

למציאת המשעריך, נציב את משוואה 4.14 ומשוואה 4.3 במשוואה 4.6 ונקבל :

$$(4.15) \quad \hat{x}_i = \hat{x}_i^- + K_i(z_i - \hat{x}_i^-) = \hat{x}_{i-1} + K_i(z_i - \hat{x}_{i-1}) = \hat{x}_{i-1} + \frac{\Delta t}{t}(z_i - \hat{x}_{i-1}) = \frac{\hat{x}_{i-1}(t - \Delta t) + z_i \Delta t}{t}$$

על מנת לפתור משוואה זו ננסה את הפתרון הצפוי בו המשעריך האופטימלי במובן שגיאה ריבועית ממוצעת הינו הממוצע של המדידות. כלומר,  $\hat{x}_i = \frac{1}{i} \sum_{l=1}^i z_l = \frac{\Delta t}{t} \sum_{l=1}^i z_l$ , ונראה כי פתרון זה פותר את משוואה 4.15 :

$$(4.16) \quad \frac{\hat{x}_{i-1}(t - \Delta t) + z_i \Delta t}{t} = \frac{\Delta t \sum_{l=1}^{i-1} z_l + \Delta t z_i}{t} = \frac{\Delta t \sum_{l=1}^i z_l}{t} = \frac{\Delta t}{t} \sum_{l=1}^i z_l = \hat{x}_i$$

ממשוואה 4.16 ניתן לראות כי כאשר  $t$  גדול, הפתרון לא מושפע כמעט מהמדידות החדשות שהנן שגויות, והוא מתכנס לערך האמיתי  $\alpha$   $\hat{x} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \alpha$ .

### תאור הסימולציה

לצורך בחינת  $\Delta t$  ובחירתו באופן המיטבי נבצע סימולציה של היעף עם דגימות שונות החל

מ-  $\Delta t = 5 \text{ Sec}$  ועד  $\Delta t = 0.05 \text{ Sec}$ . בהרצת כל היעפים השגיאות ההתחלתיות היו :

שגיאה התחלתית בזווית ה-AZ - 5 Deg.

שגיאה התחלתית בזווית ה-EL - 5 Deg.

שגיאה התחלתית בטווח - 1 NM.

שגיאה התחלתית ב-ERP - 1 dB.

המדידות לא הורעשו בפועל.



מטריצת הקוואריאנס של הרעש חושבה בהתאם למשוואה 2.9 :

$$(4.17) \quad R = (R_0 + (AME)^2) \cdot \delta$$

כאשר :

Antenna Model Error - שגיאת המודל של האנטנות - ההפרש בין עקומי האנטנה במודל הפילטר לבין עקומי האנטנות בפועל. AME=0.1

$$R_n = \left( 10^6 \sqrt{\frac{N_0}{2\Delta t}} \right)^2 = 10^{12} \frac{N_0}{2\Delta t} \quad [(\mu\text{Volt})^2]$$

ההכפלה ב-15 נועדה לייצוג מצבים בהם לא ניתן לבצע את האינטגרציה במשוואה 2.5 עבור כל הזמן למשל באפנון TDMA בו השידור קיים רק ב-Slots מסוימים בזמן.  $R_0 = 15 \cdot R_n$

$$N_0 = kT = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ K} \quad [\text{Watt}/\text{Hz}]$$

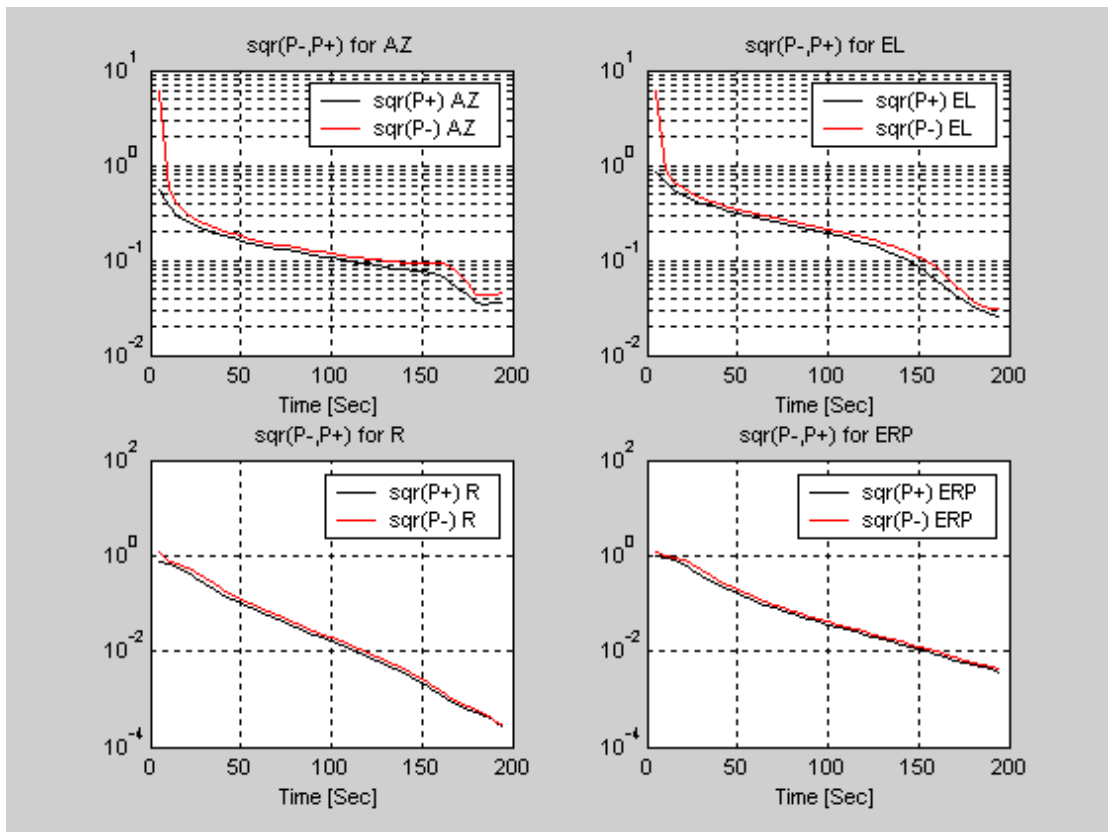
$$\delta = 1$$

על מנת לנטרל גורמים לא תלויים מהמשוואה, ביעפים אלו דימוי העוצמות שנקלטות בפועל בוצע לפי עקום אנטנות מוחלק. חיזוי העוצמות בוצע גם הוא על פי אותו עקום כך שלא קיים הבדל בין המדידות שנקלטות בפועל למודל המדידות לצורך החיזוי שלהם בפילטר הקלמן. בהמשך תבחן השפעת עקום האנטנה האמיתי על תוצאות השערוך.

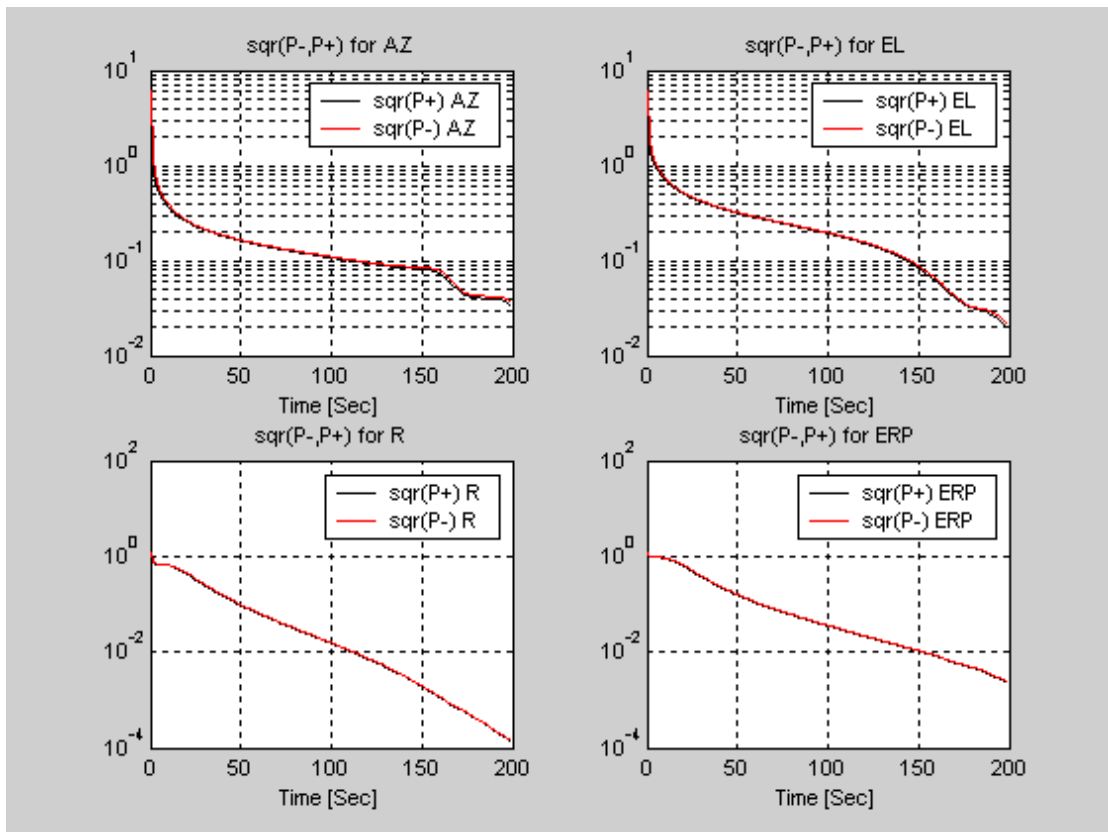
בחירת  $\Delta t$  האופטימלי תהיה על פי הקריטריונים הבאים :

- $\Delta t$  יבחר כך שההפרש בין P(-) ל- P(+) יהיה קטן במגבלות השגיאה הרצויה.
  - $\Delta t$  יבחר כך שהקטנתו לא תשפר כמעט את P(-) או P(+) על מנת שהפתרון ישאף לפתרון הרציף ויהיה באזור בו  $\Delta t$  לא ישפיע על התוצאה.
  - $\Delta t$  יבחר כך שיאפשר עבודה בזמן אמת וקלות מימוש כלומר לא יהיה קטן מדי.
- על מנת לבחון קריטריונים אלו הוצגו גרפי P(-) ו-P(+) לכל פרמטר וכן ההפרש בניהם ביחס ל-P(-). בנוסף הוצגו גרפי שגיאת המיקום לבחינת השפעת קצב הדגימה על השגיאה.

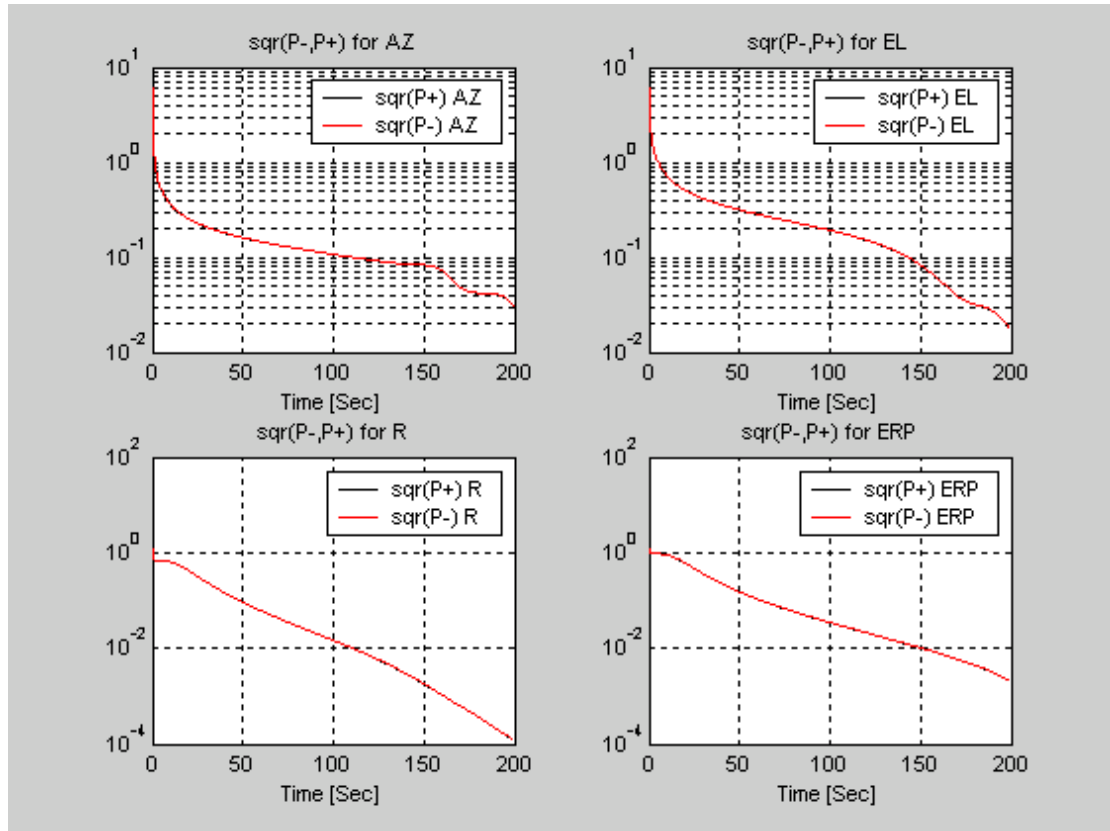
גרפי P(-) ו-P(+) בקצבי דגימה שונים .4.2.1



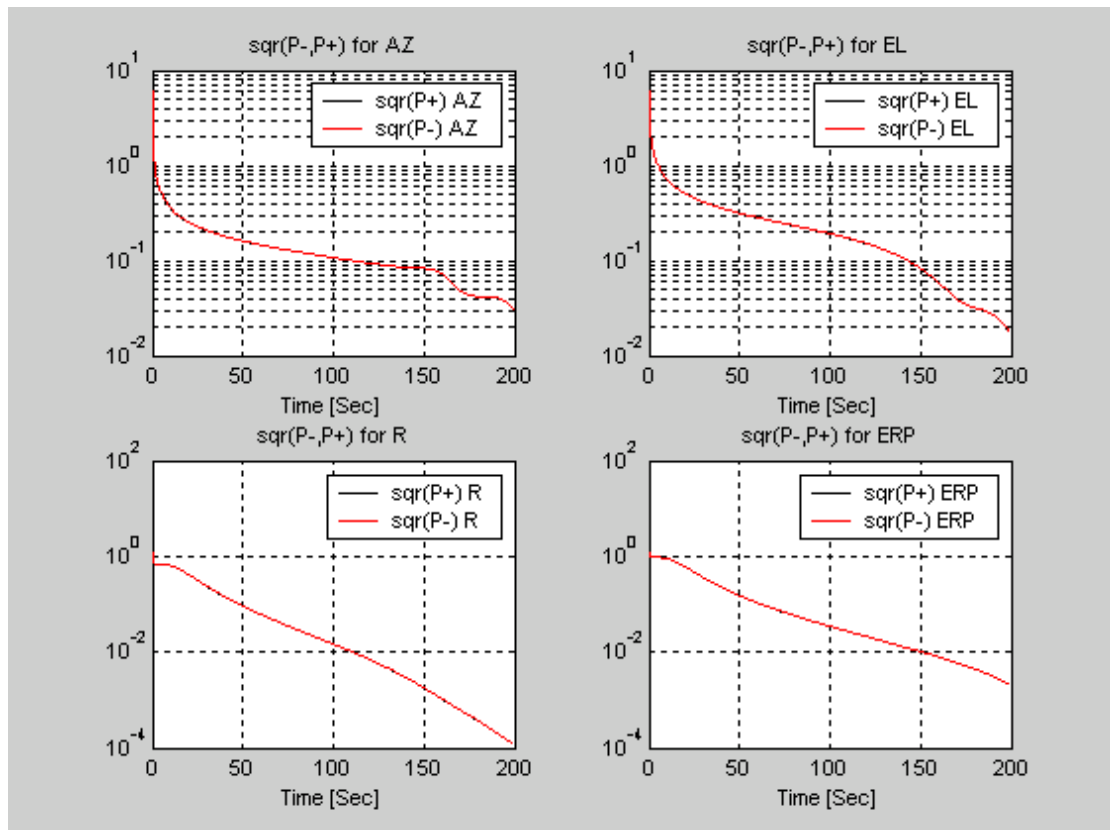
תרשים 4.3 – מטריצות הקוואריאנס של השגיאה בהרצה עם  $\Delta t=5$  Sec



תרשים 4.4 – מטריצות הקוואריאנס של השגיאה בהרצה עם  $\Delta t=1$  Sec

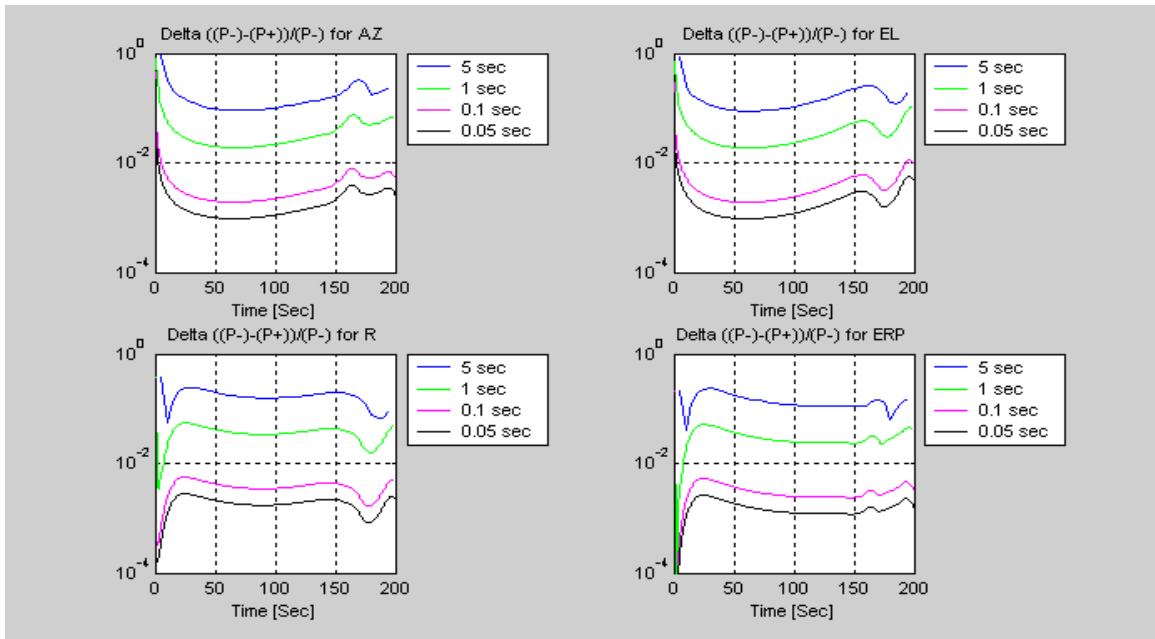


תרשים 4.5 – מטריצות הקוואריאנס של השגיאה בהרצה עם  $\Delta t=0.1$  Sec



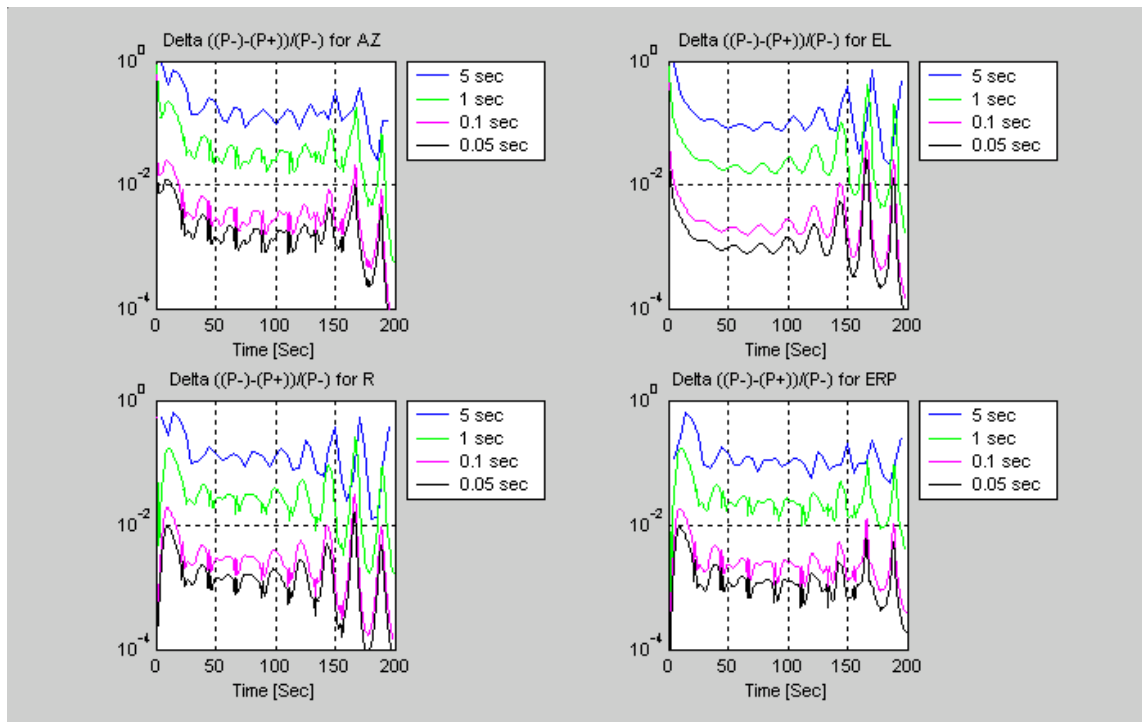
תרשים 4.6 – מטריצות הקוואריאנס של השגיאה בהרצה עם  $\Delta t=0.05$  Sec

#### 4.2.2. גרפי ההפרש בין P(-) ל-P(+) ביחס ל-P(-)

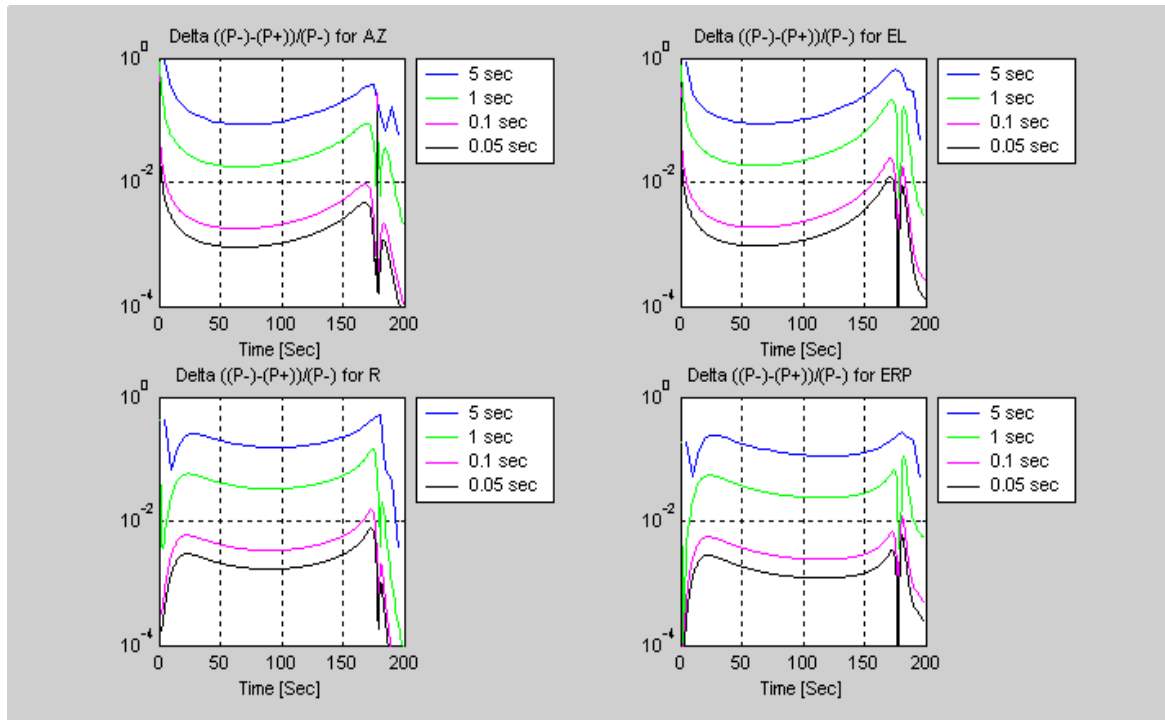


תרשים 4.7 – ההפרש בין P(-) ו-P(+) ביחס ל-P(-) עבור יעף 1 בקצבי דגימה שונים

מתרשים 4.7 ניתן לראות כי עבור  $\Delta t < 0.1$  Sec ההפרש בין P(-) ל-P(+) הינו פחות מאחוז. הפרש של אחוז מאפשר לקבל דיוקים גבוהים כך שאין שנוי גדול בין P(-) ל-P(+) וכן לאפשר קצב דגימה מספיק קטן על מנת לא להגדיל את החישוביות. בתרשימים 4.8 ו-4.9 מתוארות התוצאות עבור יעפים 2 ו-3. ניתן לראות כי התקבלו תוצאות דומות.

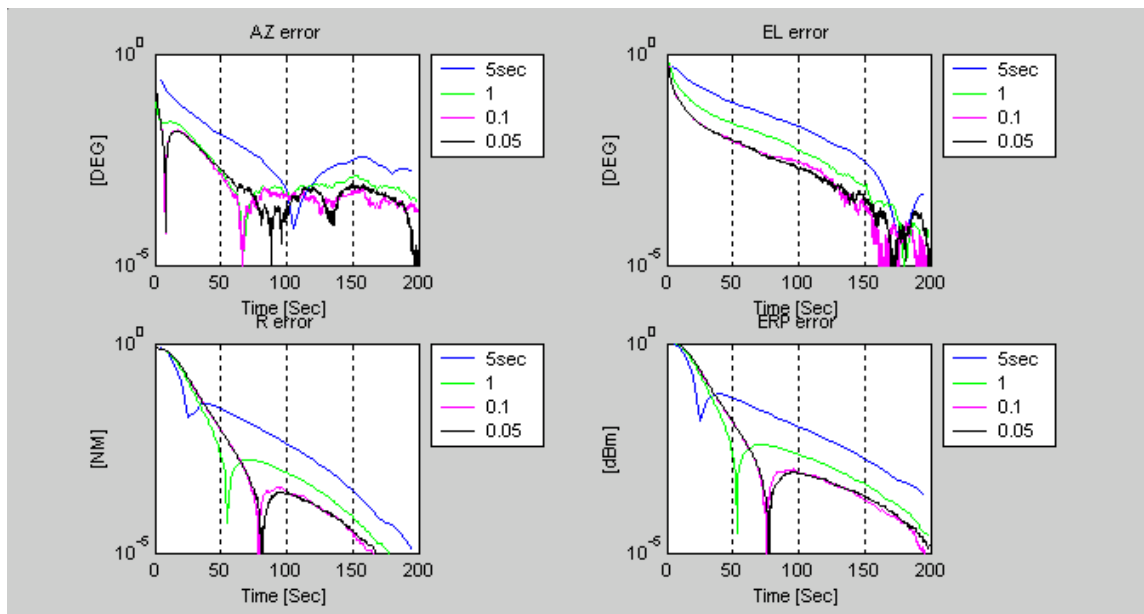


תרשים 4.8 – ההפרש בין P(-) ו-P(+) ביחס ל-P(-) עבור יעף 2 בקצבי דגימה שונים

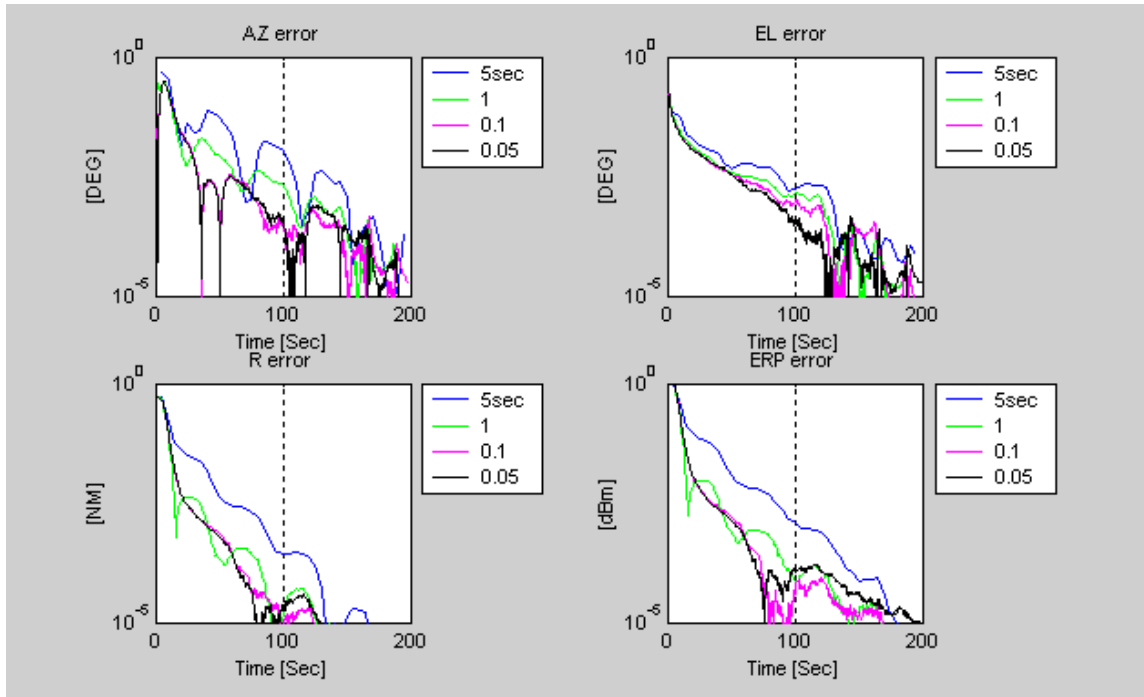


תרשים 9. 4 – ההפרש בין  $P(-)$  ו- $P(+)$  ביחס ל- $P(-)$  עבור יעף 3 בקצבי דגימה שונים

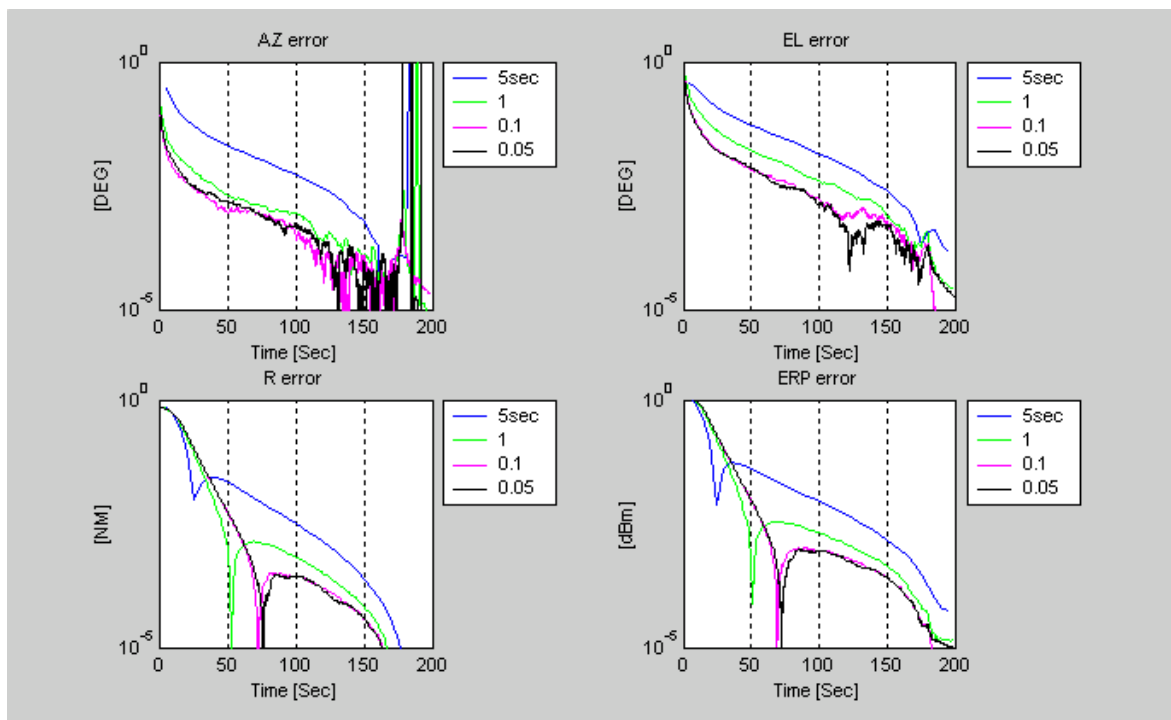
בגרפים הבאים ניתן לראות את שגיאת השערוך (בערך מוחלט) לכל קצב דגימה.



תרשים 10. 4 – שגיאות השערוך עבור יעף מספר 1



תרשים 11. 4 – שגיאות השערוך עבור יעף מספר 2



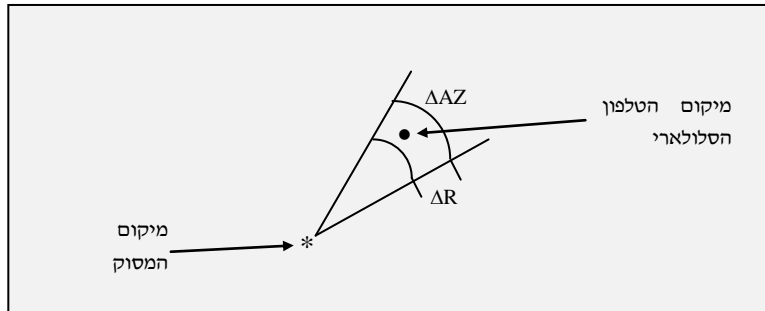
תרשים 12. 4 – שגיאות השערוך עבור יעף מספר 3

### מסקנה

מתוך הגרפים ניתן לראות כי בחירת זמן דגימה של  $\Delta t=0.1$  Sec עונה על הדרישות שהוצבו, כלומר מאפשר לקבל דיוקים גבוהים מצג אחד אך גם להשתמש במידת חישוביות סבירה. ניתן כמובן להגדיל זמן זה ועדיין לשערך במידה טובה, אך זמן השערוך יגדל. בכל הסימולציות הבאות נמשיך להשתמש בזמן דגימה זה.

## 4.2.3. שגיאות המיקום המתקבלות

לצורך הצגת שגיאת המיקום נחשב את אזור אי הוודאות סביב הטלפון הסלולארי בו הוא ימצא לפי מטריצת השגיאה  $P(-)$  (תוך הנחה כי כאשר פרמטרי פילטר הקלמן מכוונים באופן תקין, השגיאה בפועל נמצאת בתוך הגבולות  $\pm\sqrt{P(-)}$ . אם נניח כי השגיאות קטנות נמצא את הגזרה המעגלית בה נמצא הטלפון הסלולארי כאשר נפריד את ציר הטווח מציר ה-AZ והשגיאה הכוללת הנה השגיאה המקסימלית מבין שתי השגיאות (ראה תרשים 4.13).



תרשים 4.13 – תאור שגיאות המיקום

שגיאת הטווח ΔR

משתנה המצב המשערך את הטווח משוערך כ-  $r = \log_{10} R$ . לכן יש לתרגם את השגיאה ב- $r$  ( $\Delta r$ ) לשגיאה בטווח האמיתי  $R$  ( $\Delta R$ ). התרגום יבוצע באופן הבא :

$$(4.18) \quad \Delta r = \hat{r} - r = \log_{10} \hat{R} - \log_{10} R = \log_{10} \frac{\hat{R}}{R} = \log_{10} \frac{\Delta R + R}{R} = \log_{10} \left( \frac{\Delta R}{R} + 1 \right)$$

מכאן :

$$(4.19) \quad \Delta R = R \cdot (10^{\Delta r} - 1) = 10^r \cdot (10^{\Delta r} - 1)$$

שגיאת הצידוד  $l_{AZ}$ 

תחושב באופן הבא :

$$(4.20) \quad l_{AZ} = R \cdot \Delta AZ = 10^r \cdot \Delta AZ$$

מטריצת קוואריאנס הטווח  $P_R$ נפתח לטור טיילור את  $R$  :

$$(4.21) \quad \Delta R = R_0 + \left. \frac{\partial R}{\partial r} \right|_{r_0} \Delta r + \left. \frac{\partial^2 R}{\partial^2 r} \right|_{r_0} \Delta r^2 + \dots$$

נעלה בריבוע ונבצע תוחלת. עבור שגיאה קטנה, נזניח את האיברים מסדר שני ומעלה.  
מכאן :

(4.22)

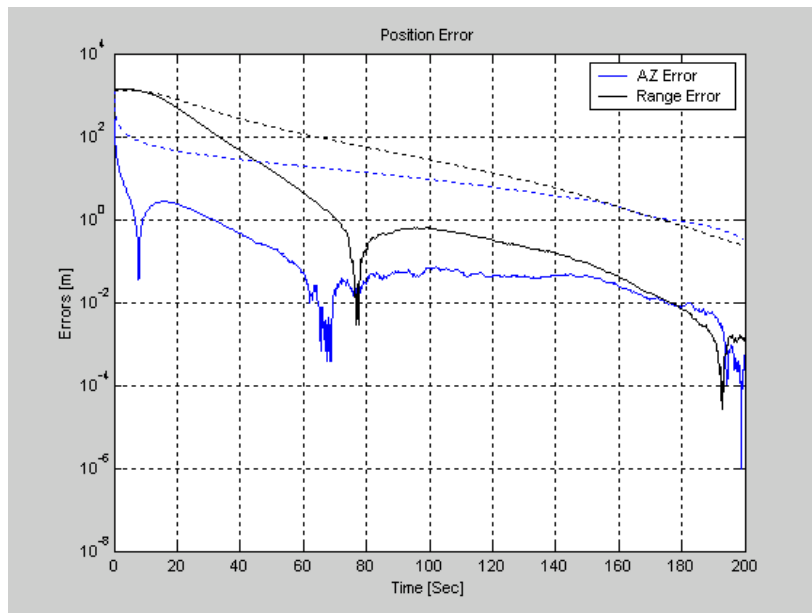
$$P_R = \left( \frac{\partial R}{\partial r} \Big|_{r_0} \right)^2 P_r = (10^{r_0} \ln(10))^2 P_r$$

מטריצת הקוואריאנס שגיאת הציוד  $P_{I_{AZ}}$

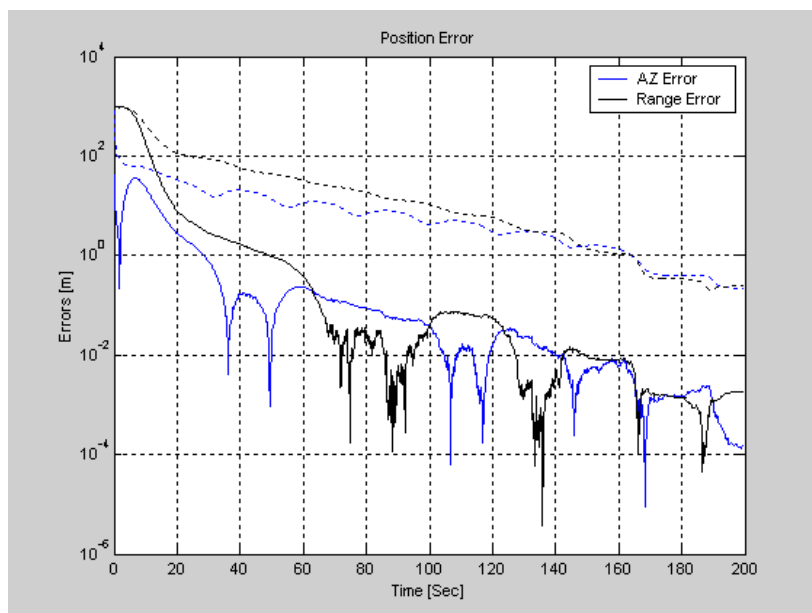
תחושב מתוך משוואה 4.20 :

(4.23)

$$P_{I_{AZ}} = 10^{2r} \cdot P_{AZ}$$

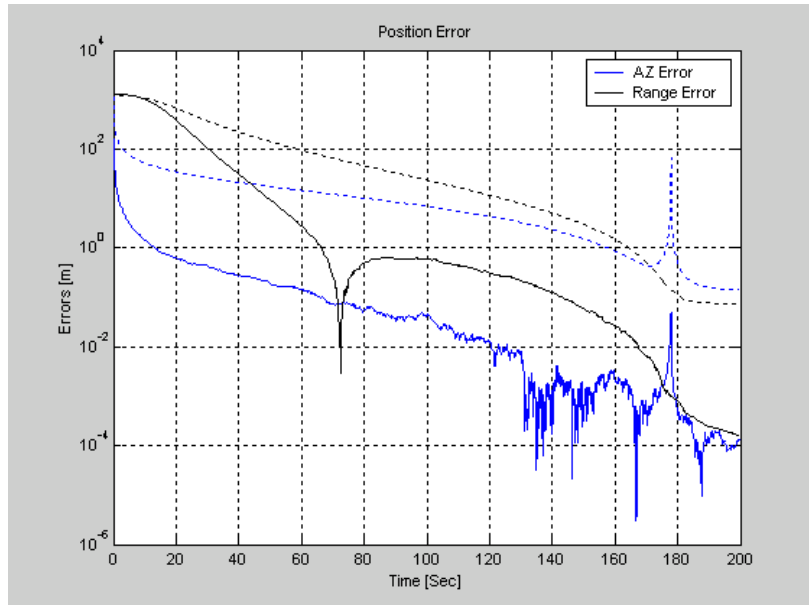


תרשים 4.14 – שגיאות המיקום עבור יעף מספר 1



תרשים 4.15 – שגיאות המיקום עבור יעף מספר 2





תרשים 16. 4 – שגיאות המיקום עבור יעף מספר 3

#### 4.3 רגישות לתנאי התחלה

אם השגיאה ההתחלתית גדולה, אי הלינאריות של המודל באה לידי ביטוי והשגיאה האמיתית חורגת מגבולות הקוואריאנס. בעיה זו יכולה להביא לכך שפילטר הקלמן יחשוב שהוא במצב טוב יותר ממה שהוא בפועל והתיקונים שלו יהיו שגויים ויכולים אף להביא להתבדרות. בדוגמה הבאה ניתן לראות את חריגת השגיאה מגבולות הקוואריאנס (בעיקר בשערך הטווח וה-ERP) למרות שלאחר זמן מה השגיאה מצליחה לחזור למצב תקין.

#### תאור הסימולציה

בדוגמה זו זמן הדגימה נקבע ל- $\Delta t=0.1$  Sec והשגיאות ההתחלתיות היו :

שגיאה התחלתית בזווית ה-AZ - 30 Deg.

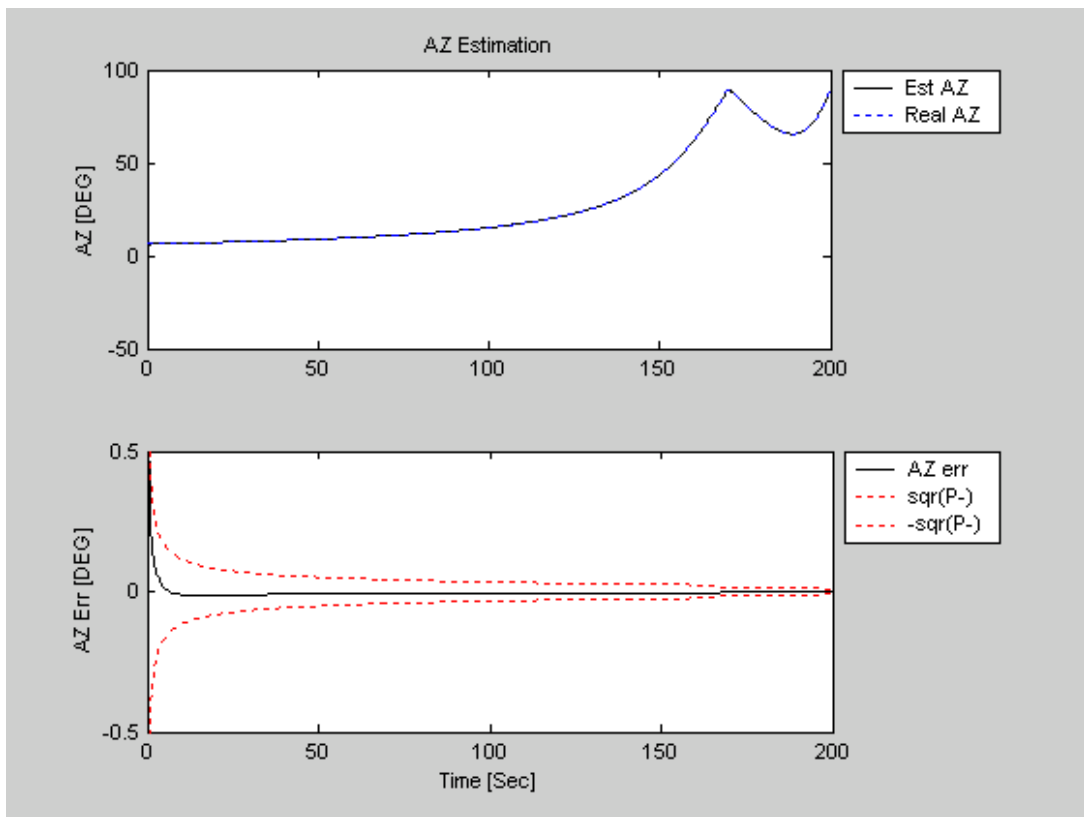
שגיאה התחלתית בזווית ה-EL - 30 Deg.

שגיאה התחלתית בטווח - 3 NM.

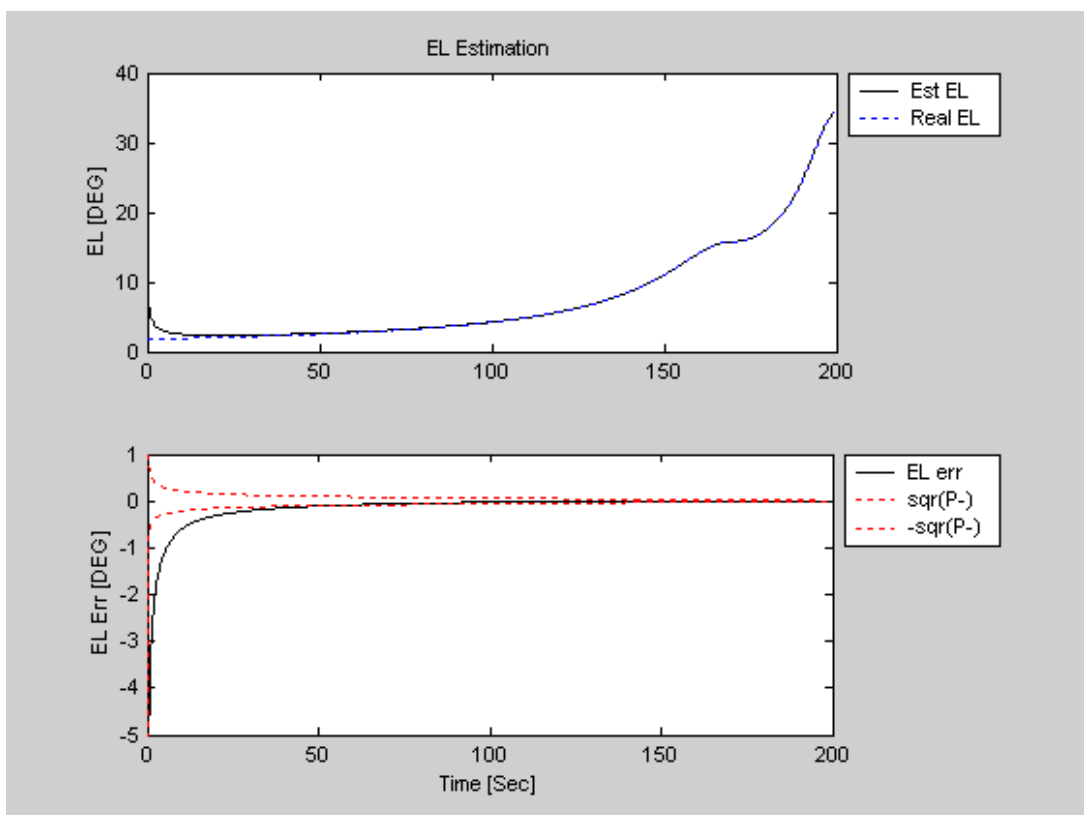
שגיאה התחלתית ב-ERP - 3 dB.

תחילה נציג את התכנסות הפילטר לאורך הזמן עבור יעף מספר 1 להמחשת הרגישות לתנאי ההתחלה. נבחן את השפעת הטיית מטריצת הקוואריאנס של המודל והמדידות (R, Q) על השערך. ונבחר את דרך ההטייה הטובה ביותר לקבלת התכנסות מהירה עם רגישות נמוכה לשגיאות התחלתיות גדולות.

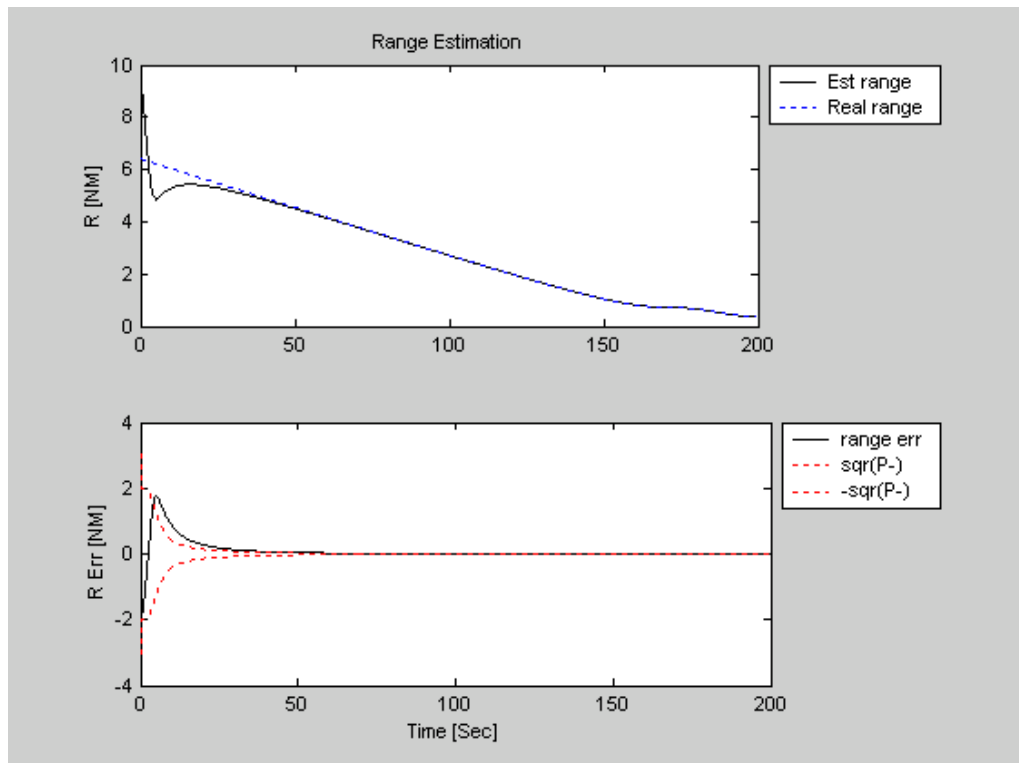
התכנסות הפילטר לאורך זמן עבור יעף מספר 1 מתואר בתרשימים הבאים:



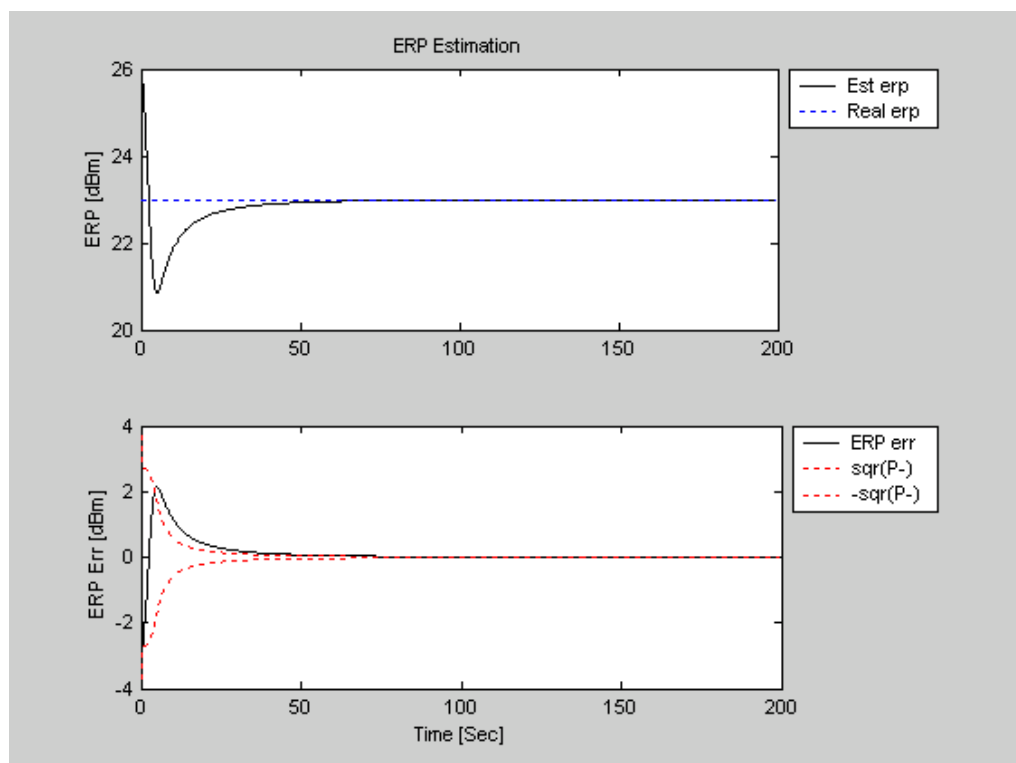
תרשים 17. 4 – שערך זווית ה-AZ



תרשים 18. 4 – שערך זווית ה-EL



תרשים 19. 4 – שערך הטווח



תרשים 20. 4 – שערך ה-ERP

**מסקנה**

ניתן לראות כי עבור שגיאות גדולות, השגיאות חורגות משרוול שורש קוואריאנס השגיאה ויכולים להביא להתבדרות.

4.3.1 פתרון בעיית הרגישות לתנאי התחלה באמצעות שינוי  $\delta$  בזמן

על מנת לפתור בעיה זו, ניתן לבחור  $\delta$  (המתואר במשוואה 17.4) גדול בתחילת היעף על מנת שהשגיאות ההחלתיות הגדולות יכנסו לשרוול של שורש P ולהקטין אותו במהלך היעף על מנת לאפשר התכנסות מהירה יותר. נבחר למשל את  $\delta(t)$  לפי הפונקציה הבאה :

(4.24)

$$\delta(t) = \frac{\delta_0}{2t} + \delta_s$$

כאשר :

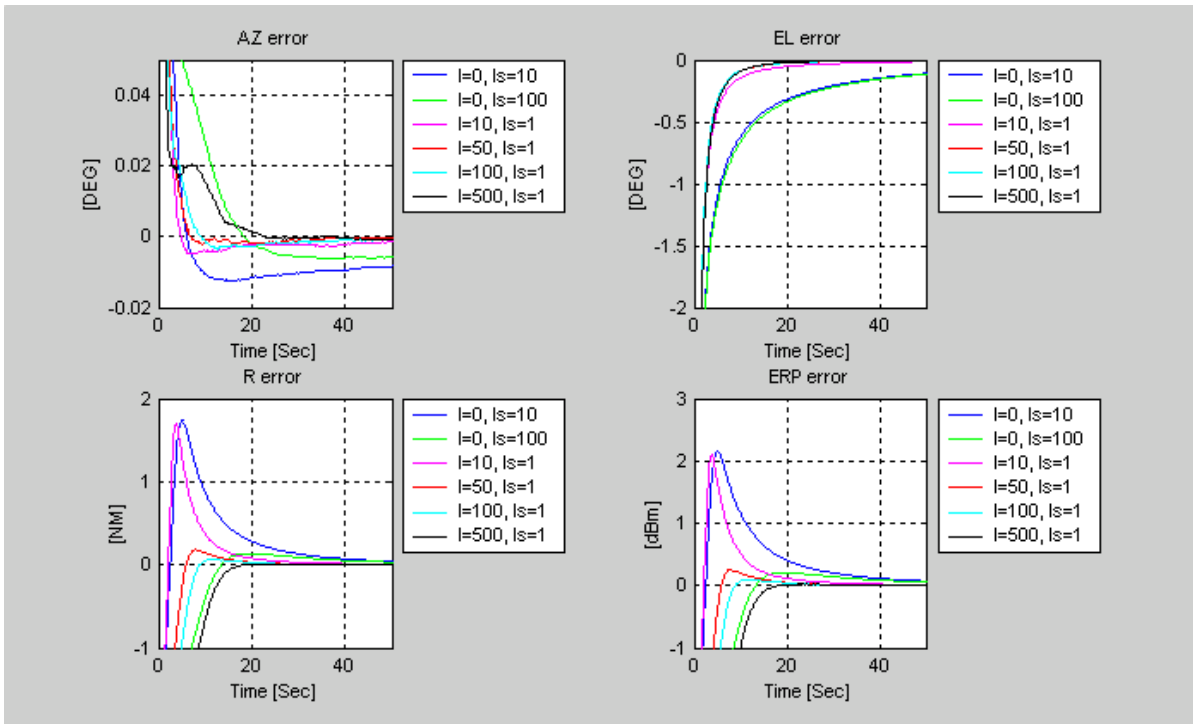
$\delta_0$  תורם בעיקר בתחילת היעף. השפעתו קטנה תוך כדי היעף

$\delta_s$  תורם בעיקר בסוף היעף

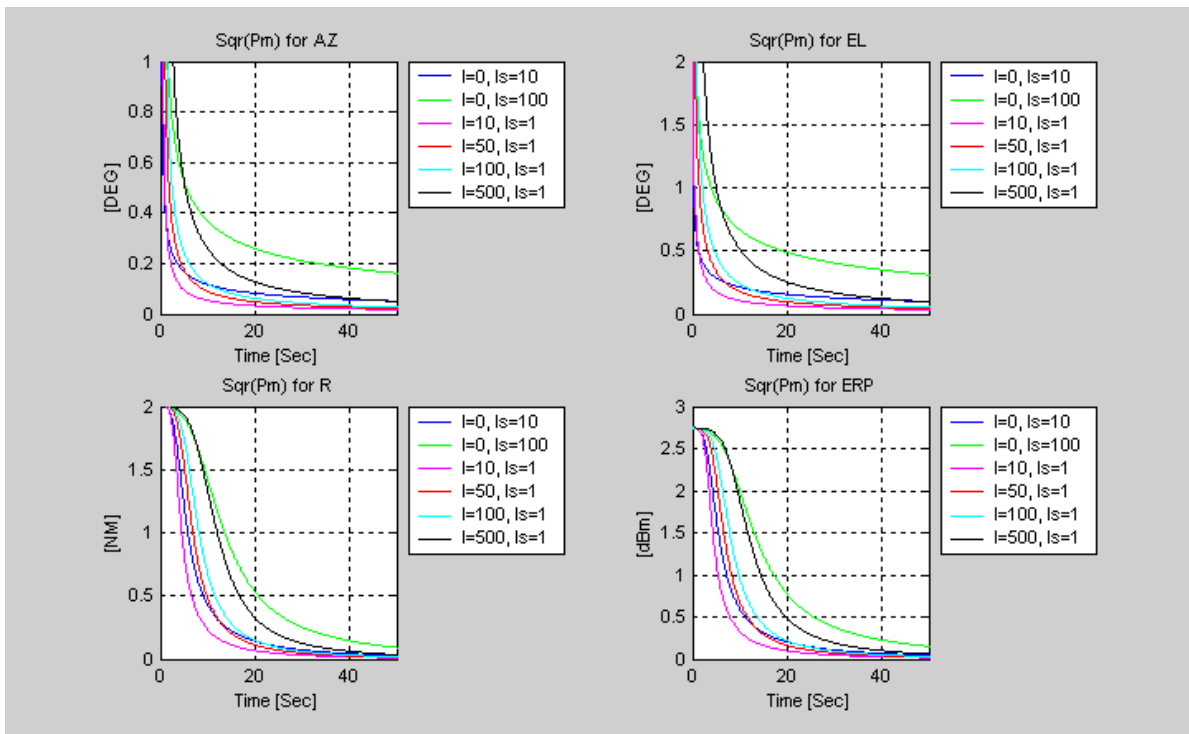
נבצע סימולציות עבור התנהגות  $\delta_0$  ו-  $\delta_s$  שונים ונבחן את ההתנהגות באופן הבא :

- שגיאת השערוך תהיה תמיד בתוך שרוול קוואריאנס השגיאה למניעת התבדרות הפילטר.
- ירידת השרוול תהיה מהירה על מנת שנגיע לשגיאות קטנות בפרקי זמן קטנים.

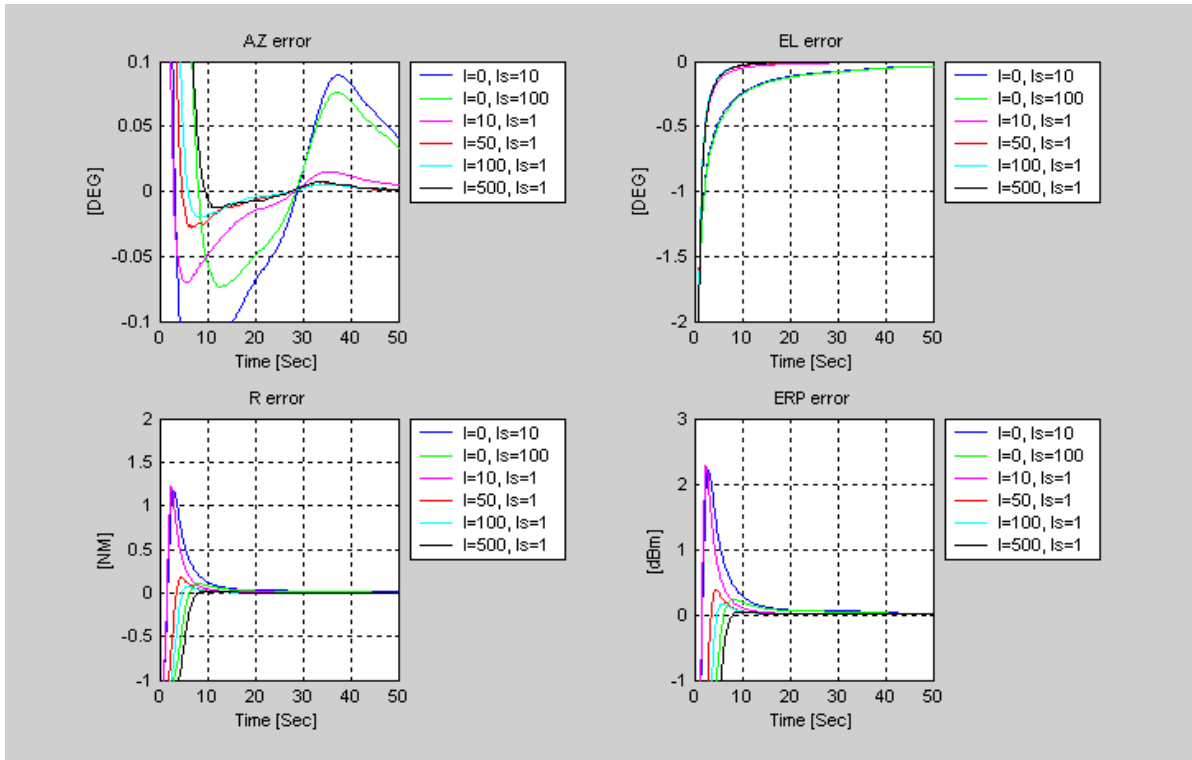
הגרפים הבאים מתארים את תוצאות הסימולציה ביעפים השונים כאשר מוצגים גרפי השגיאה ושורש קוואריאנס השגיאה עבור  $\delta_0$  ו-  $\delta_s$  שונים.



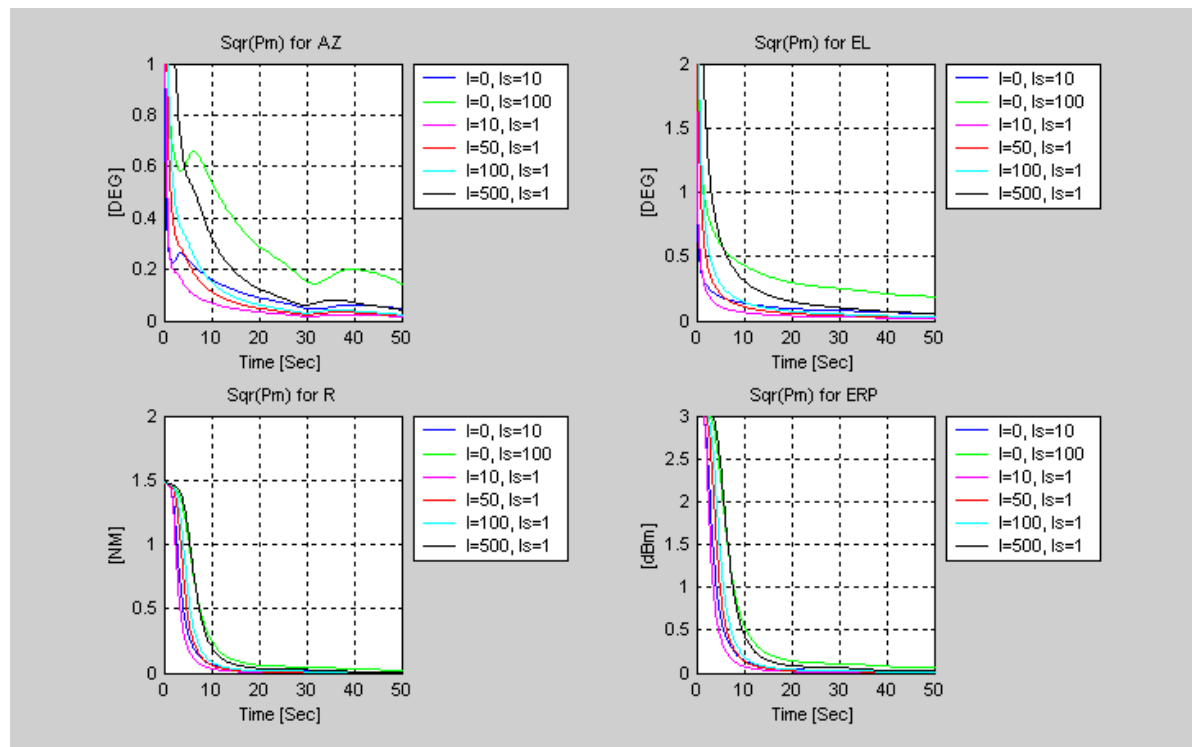
תרשים 21. 4 – השפעת  $\delta$  על השגיאות עבור יעף מספר 1



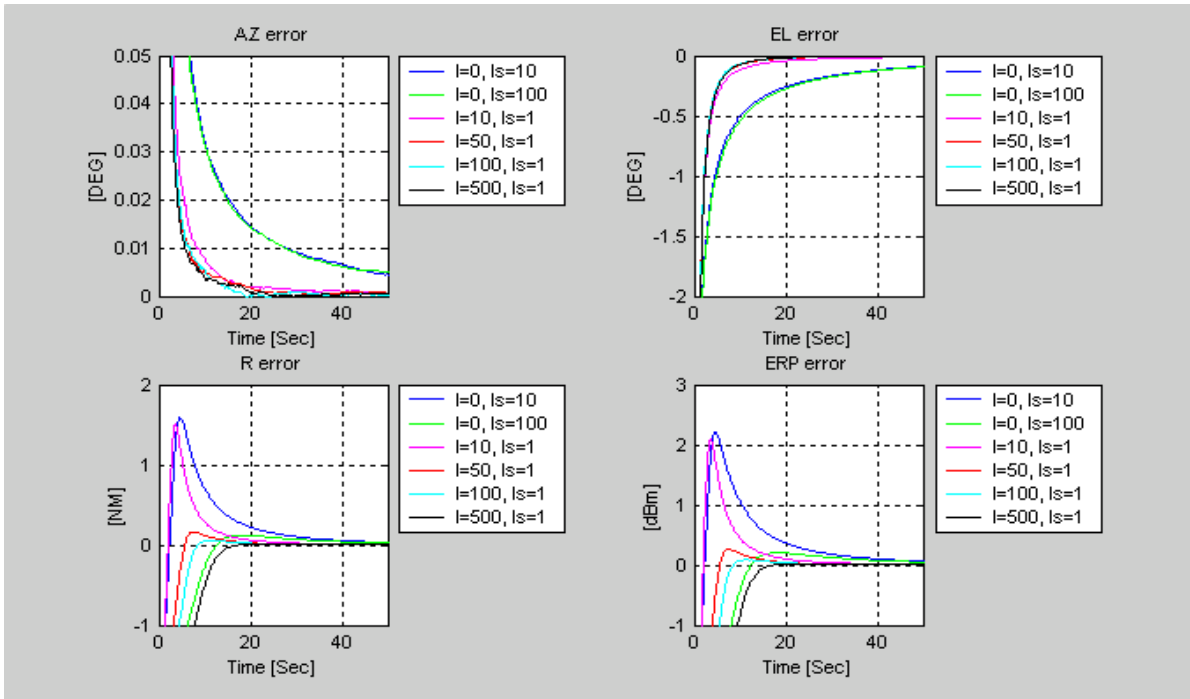
תרשים 22. 4 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף מספר 1



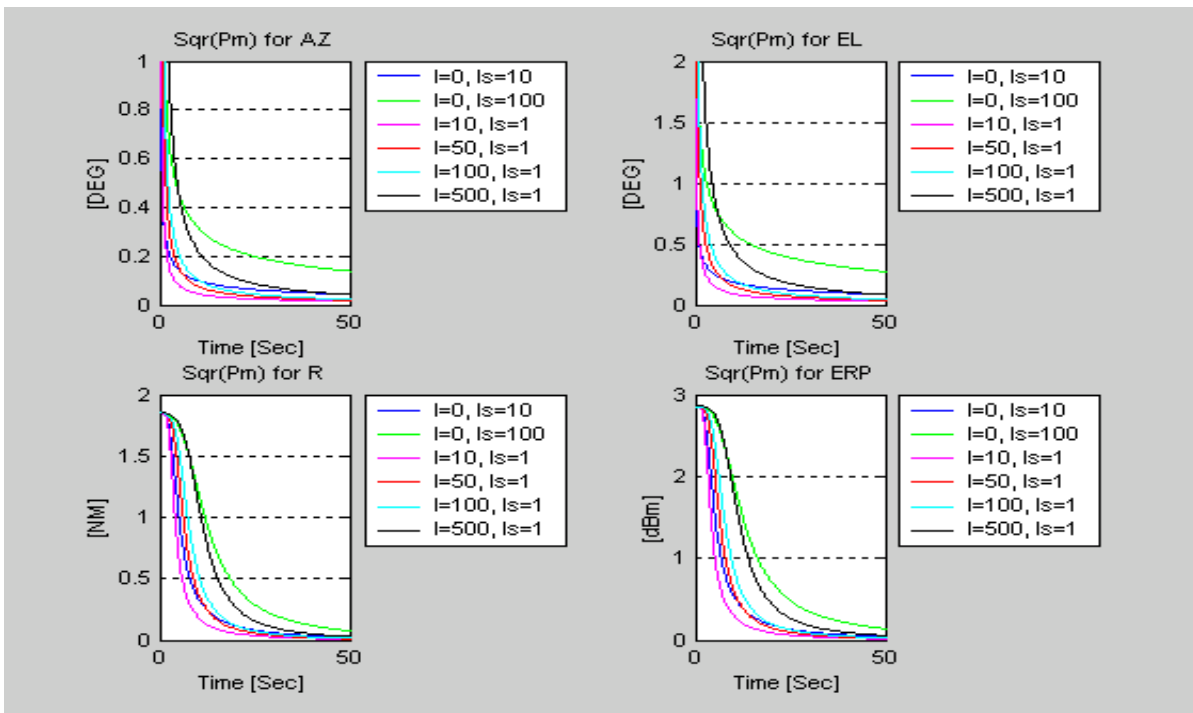
תרשים 23. 4 – השפעת  $\delta$  על השגיאות עבור יעף מספר 2



תרשים 24. 4 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף מספר 2



תרשים 4.25 – השפעת  $\delta$  על השגיאות עבור יעף מספר 3



תרשים 4.26 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף מספר 3

### מסקנה

מתוך הגרפים ניתן לראות כי בחירת  $\delta_0 = 50 \div 100$  ו-  $\delta_s = 1 \div 10$  ימנעו את הבריחה ההתחלתית וכן יאפשרו שגיאה קטנה.

### 4.3.2 פתרון בעיית הרגישות לתנאי התחלה באמצעות קוואריאנס רעש המודל Q

דרך אחרת להתגבר על השגיאות הלא לינאריות היא הוספת רעש מודל המיוצג ע"י מטריצת הקוואריאנס Q. הגדלת Q במעט תגרום לפילטר הקלמן לקחת בחשבון כי יכול להיות רעש מודל ולא למהר לתקן את המשערך. הסימולציה הבאה בוצעה עם  $\delta(t)=1$  שגיאות התחלתיות הבאות :

שגיאה התחלתית בזווית ה-AZ - 30 Deg.

שגיאה התחלתית בזווית ה-EL - 30 Deg.

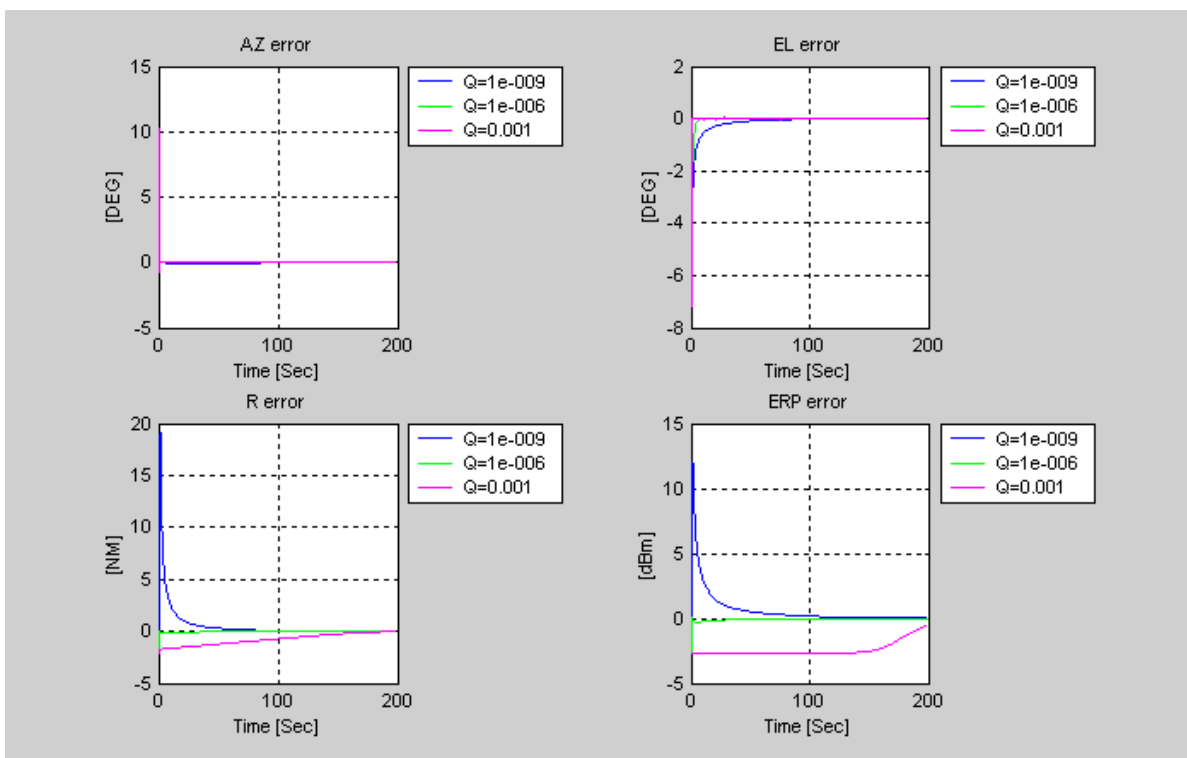
שגיאה התחלתית בטווח - 3 NM.

שגיאה התחלתית ב-ERP - 3 dB.

מטריצת קוואריאנס Q הבאה :

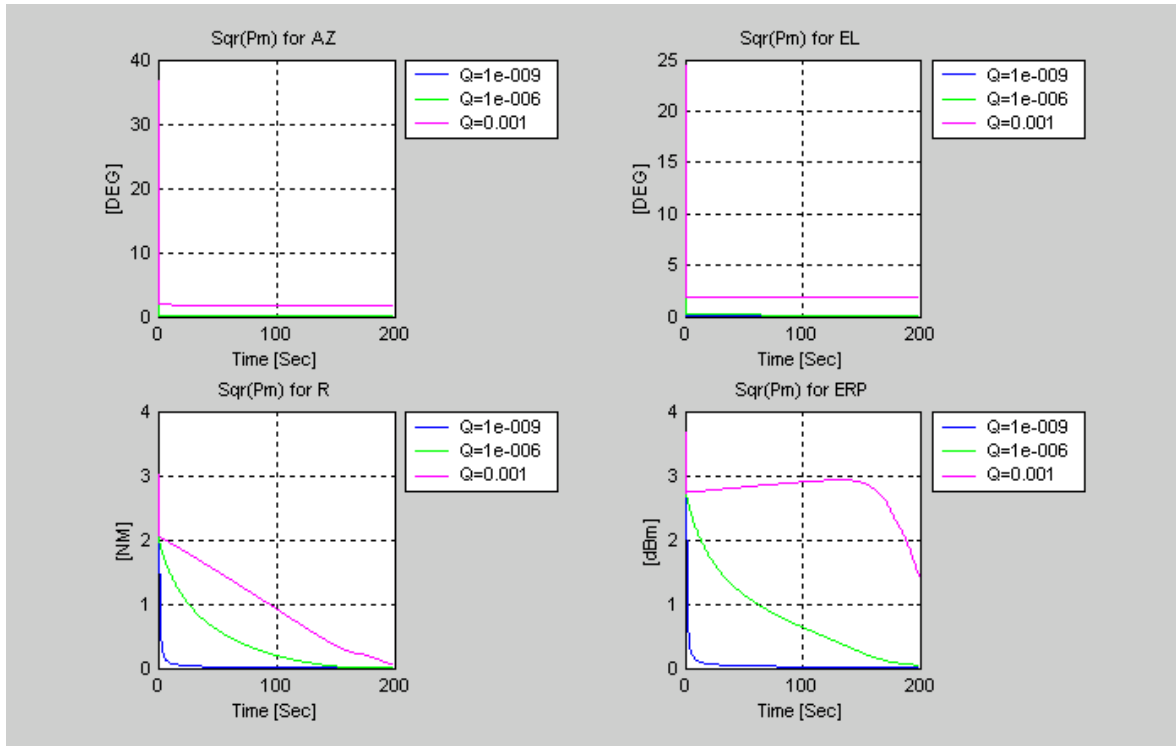
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot q$$

נרץ מספר סימולציות עם ערכי  $q = 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-9}$



תרשים 27 . 4 – השפעת q על השגיאות עבור יעף מספר 1





תרשים 28 . 4 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף מספר 1

### מסקנה

ניתן לראות כי גם בפתרון זה בעיית הבריחה מהשרוול נפתרה, אך השגיאות במיקום היו גדולות יותר וכן מטריצת הקוואריאנס אינה יורדת בצורה חלקה.

מפרק זה ניתן להסיק כי הפתרון עם  $\delta(t)$  פותר באופן טוב יותר את הבעיה ולכן נשתמש בו בהמשך כאשר נבחר  $\delta_0=100$  ו- $\delta_s=10$ .

#### 4.4. הוספת רעש

עד עתה כל הסימולציות היו ללא רעש מדידה בפועל. לאחר קביעת הפרמטרים השונים של  $\Delta t$  ושל  $\delta(t)$  יש לבצע סימולציות עם רעשי מדידה. נשתמש במשוואה 4.24. לתיאור  $\delta(t)$ . מכיוון שהרעש התרמי קטן בהרבה מרעש המדידה נבצע מספר סימולציות בהן נוסיף רעשים של 1 dBm, 0.5 dBm, 0.1 dBm, 0.05 dBm על ההספק המגיע למקלט המייצג את רעש המדידה.

#### תאור הסימולציה

בפרק זה נקח את השגיאות ההתחלתיות הבאות :

שגיאה התחלתית בזווית ה-AZ - 15 Deg.

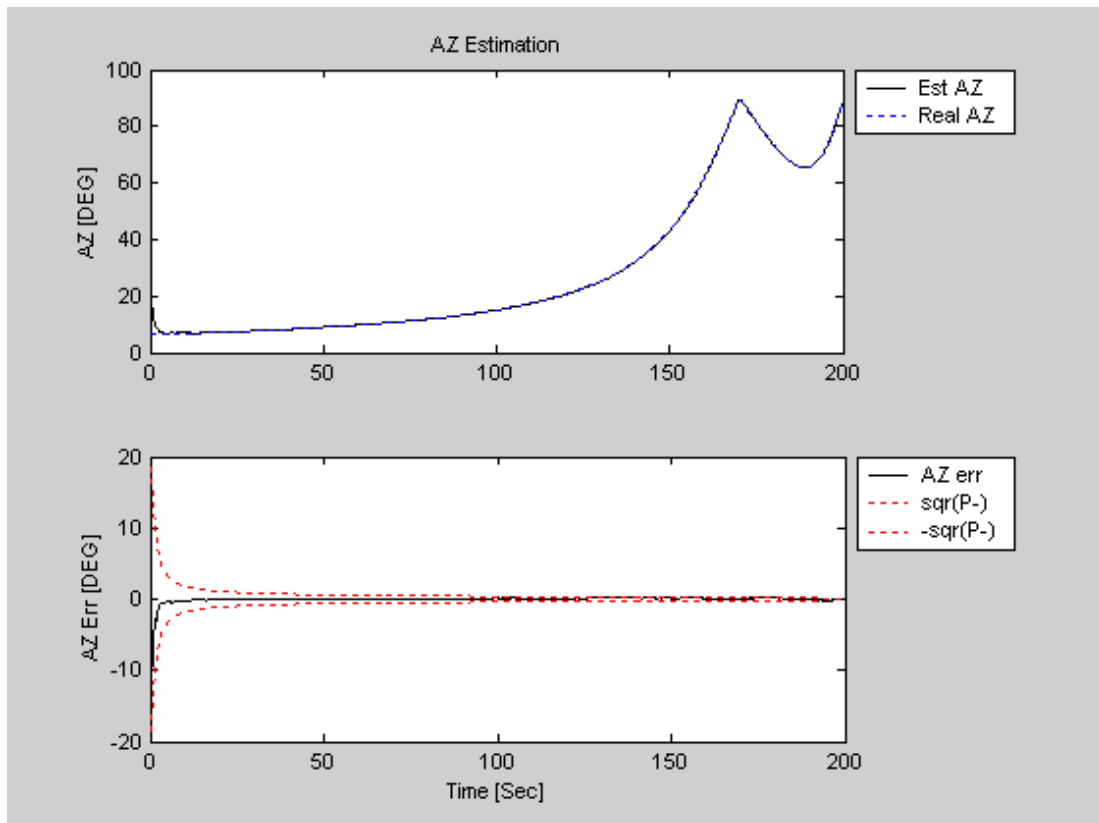
שגיאה התחלתית בזווית ה-EL - 15 Deg.

שגיאה התחלתית בטווח - 1 NM.

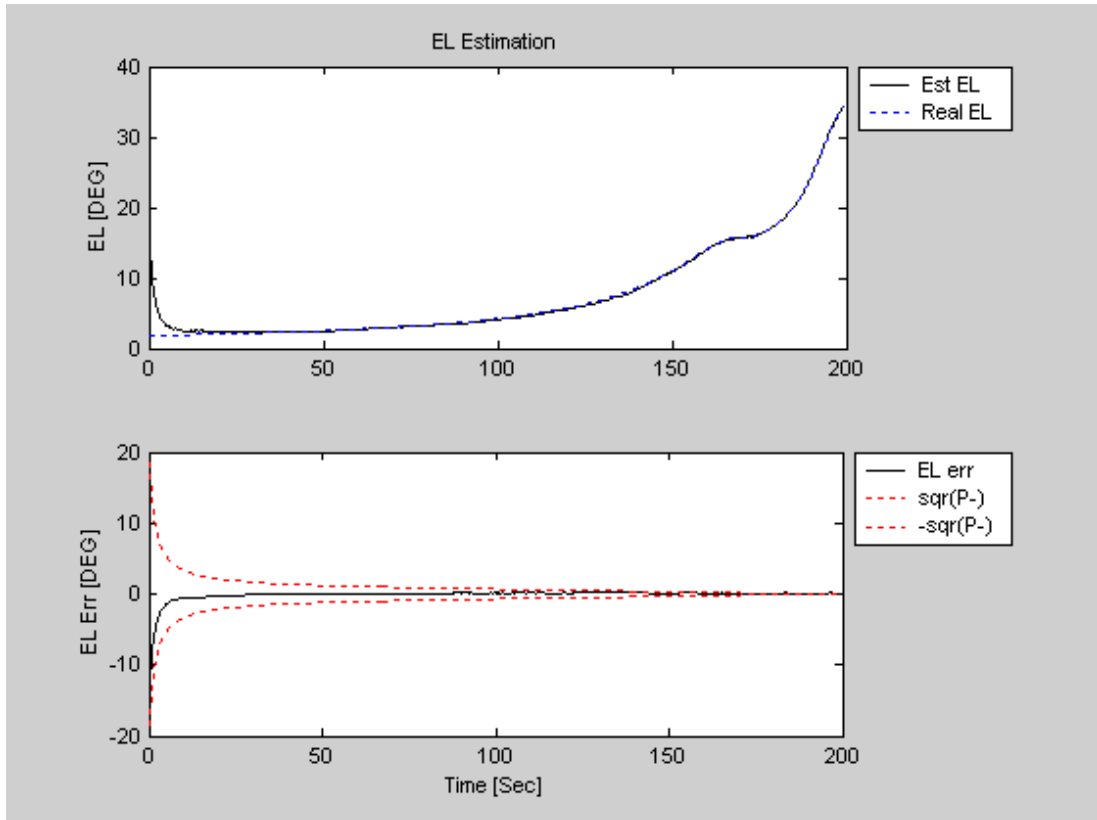
שגיאה התחלתית ב-ERP - 1 dB.

נציג את הנתהגות הפילטר לאורך זמן עבור יעף 1. נבחן את ההתכנסות עבור רעשים שונים עבור שאר היעפים

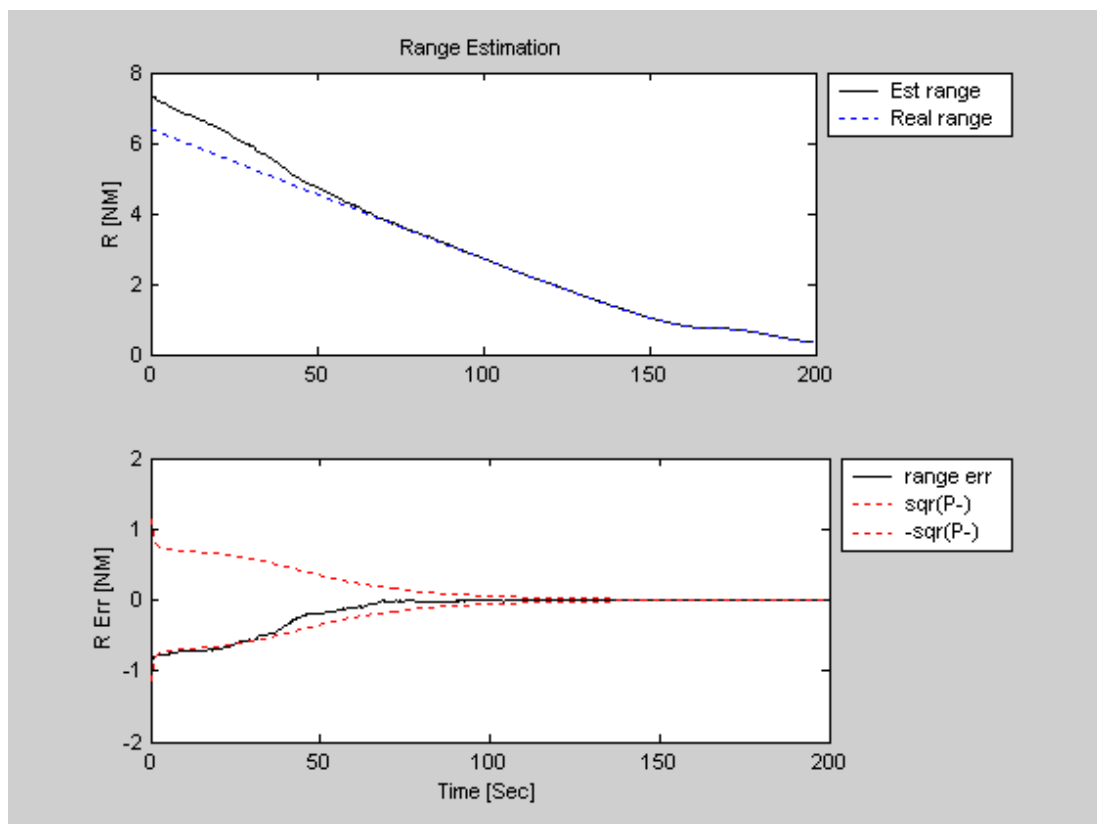
עבור רעש טיפוסי של 0.1 dBm נקבל את התוצאות הבאות ליעף 1 :



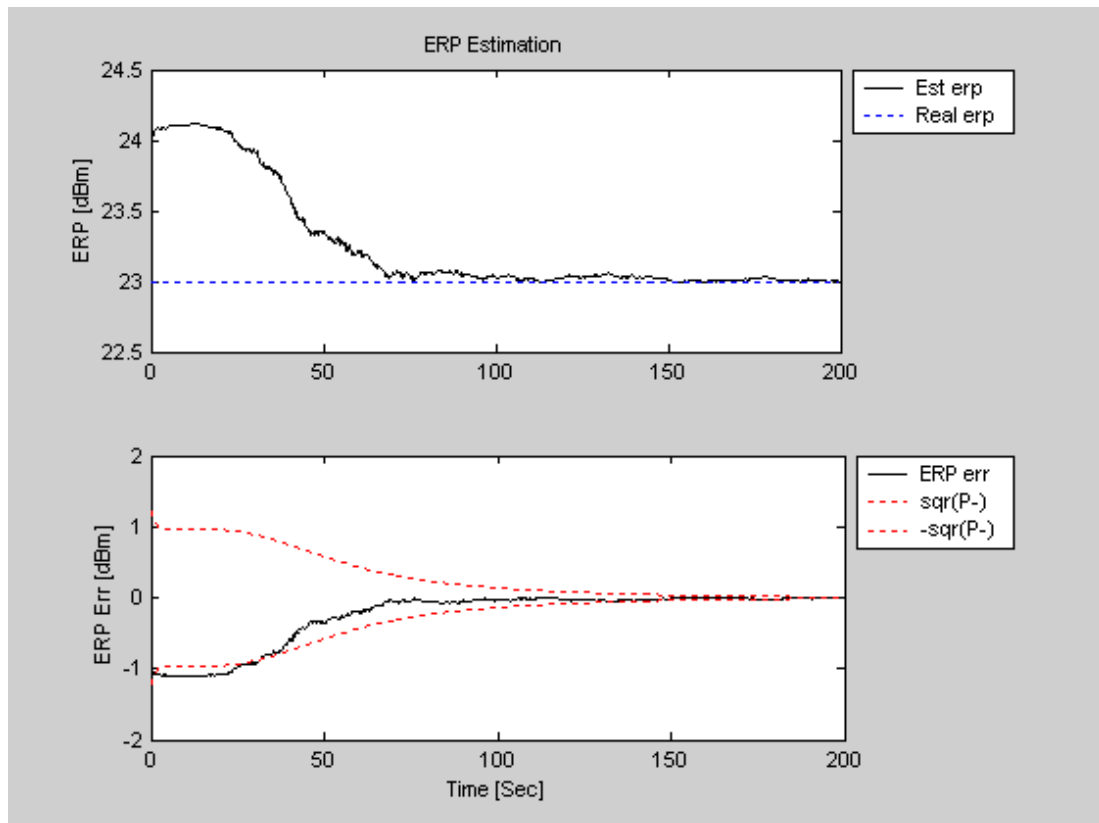
תרשים 4.29 – שגיאת השערוך בזווית ה-AZ



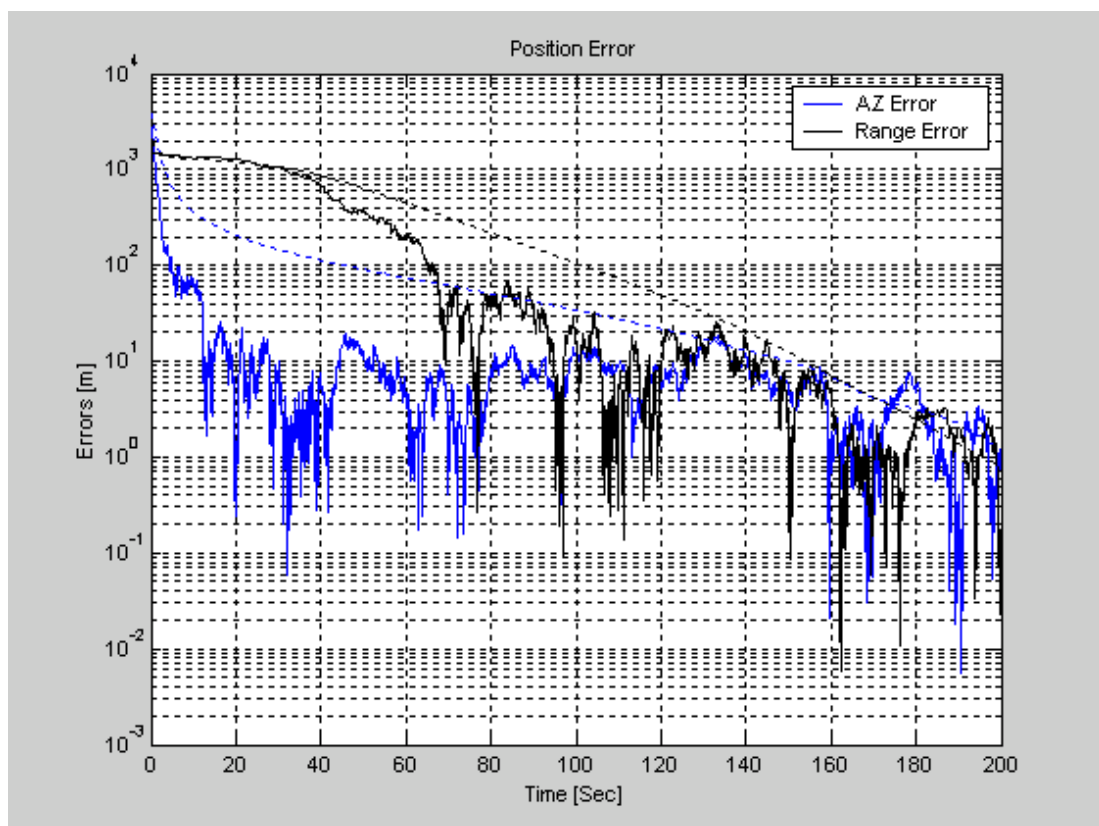
תרשים 4.30 – שגיאת השערוך בזווית ה-EL



תרשים 4.31 – שגיאת השערוך בטווח

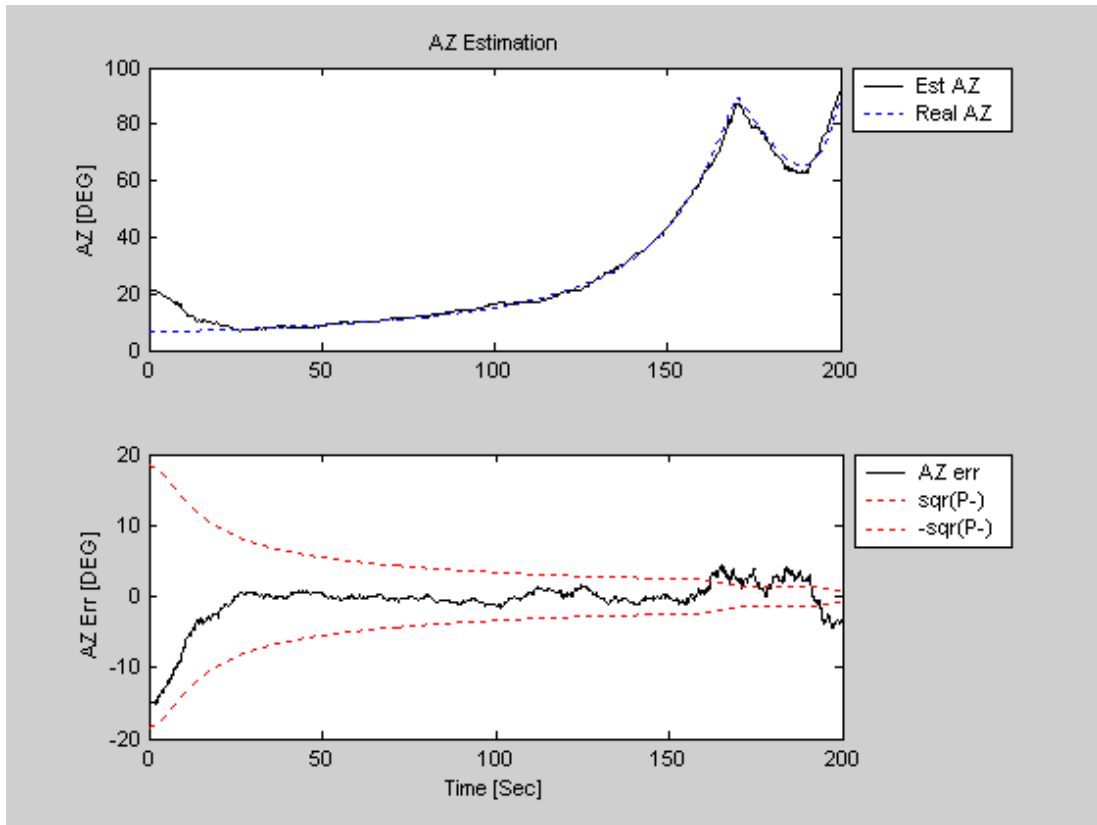


תרשים 4.32 – שגיאת השערוך ב-ERP

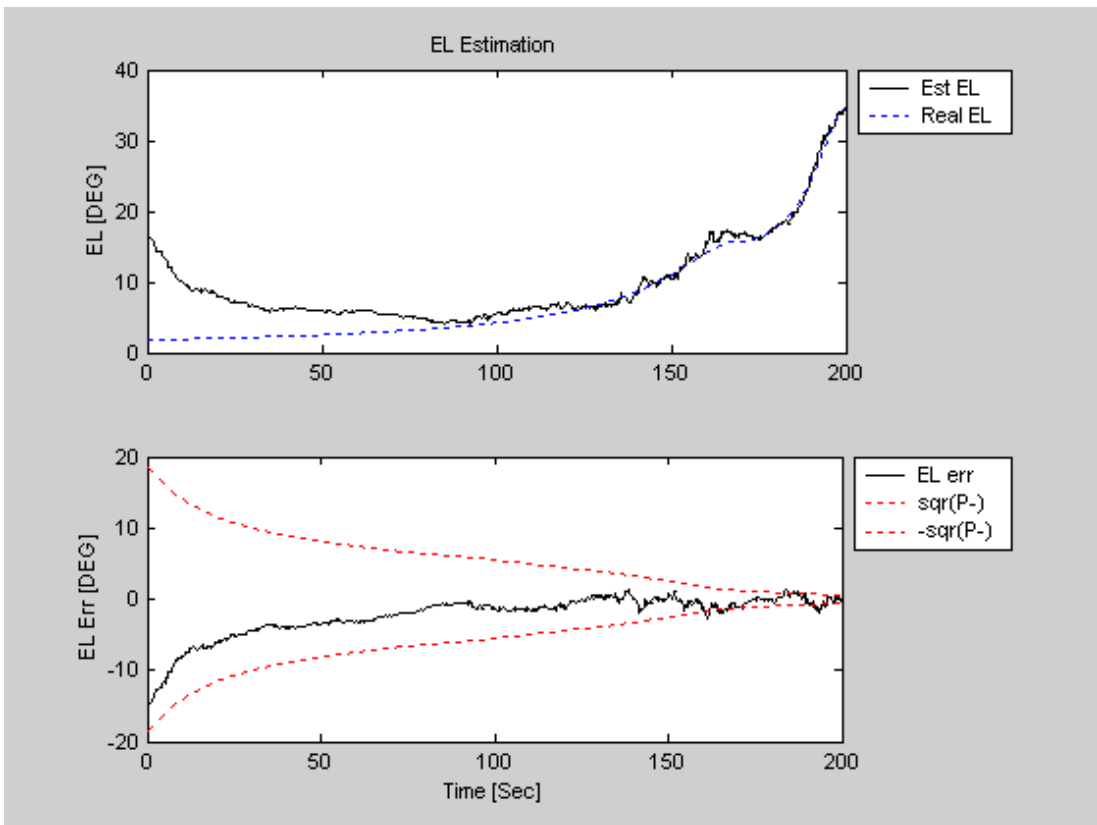


תרשים 4.33 – שגיאת המיקום

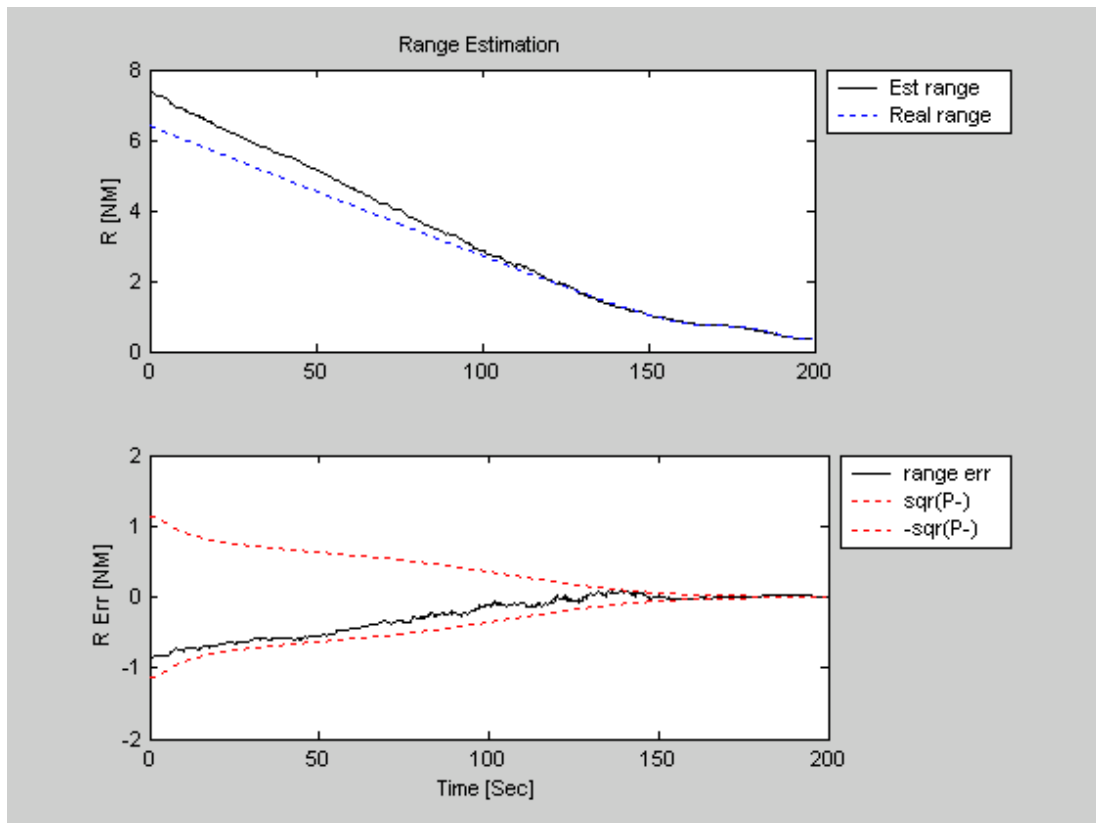
עבור רעש גבוה של 1 dBm נקבל את התוצאות הבאות:



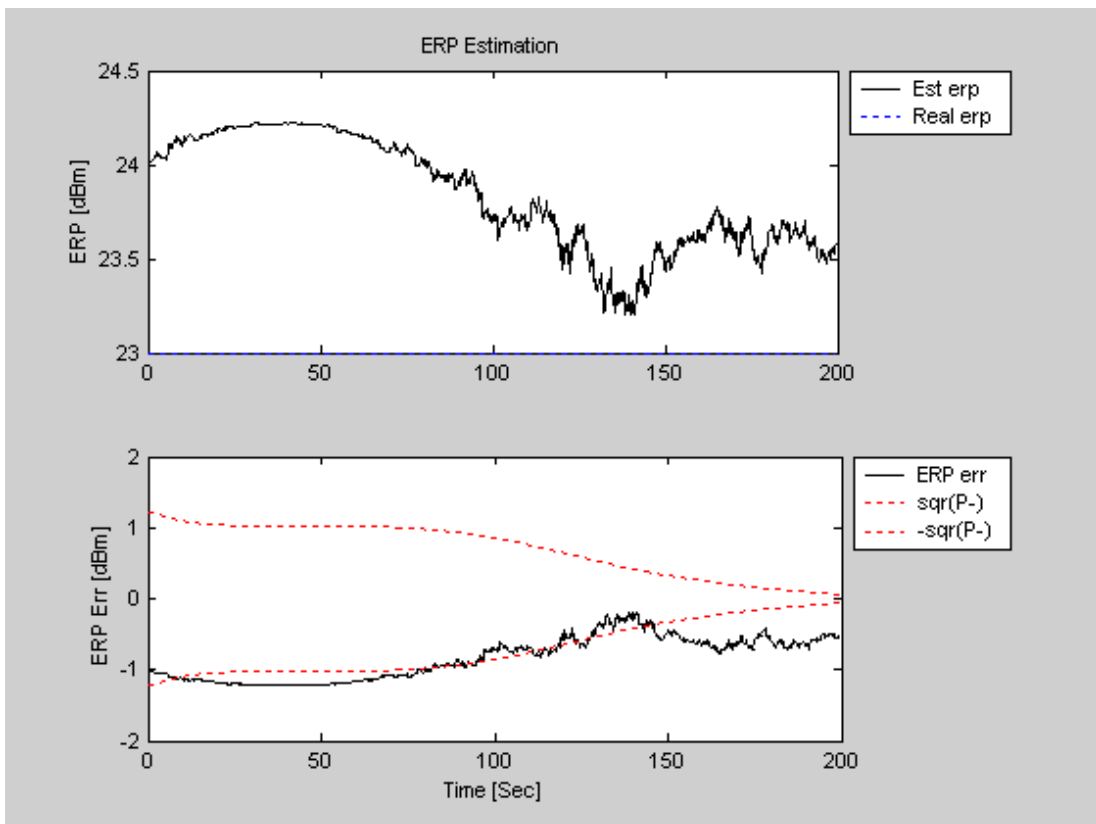
תרשים 4.34 – שגיאת השערוך בזווית ה-AZ



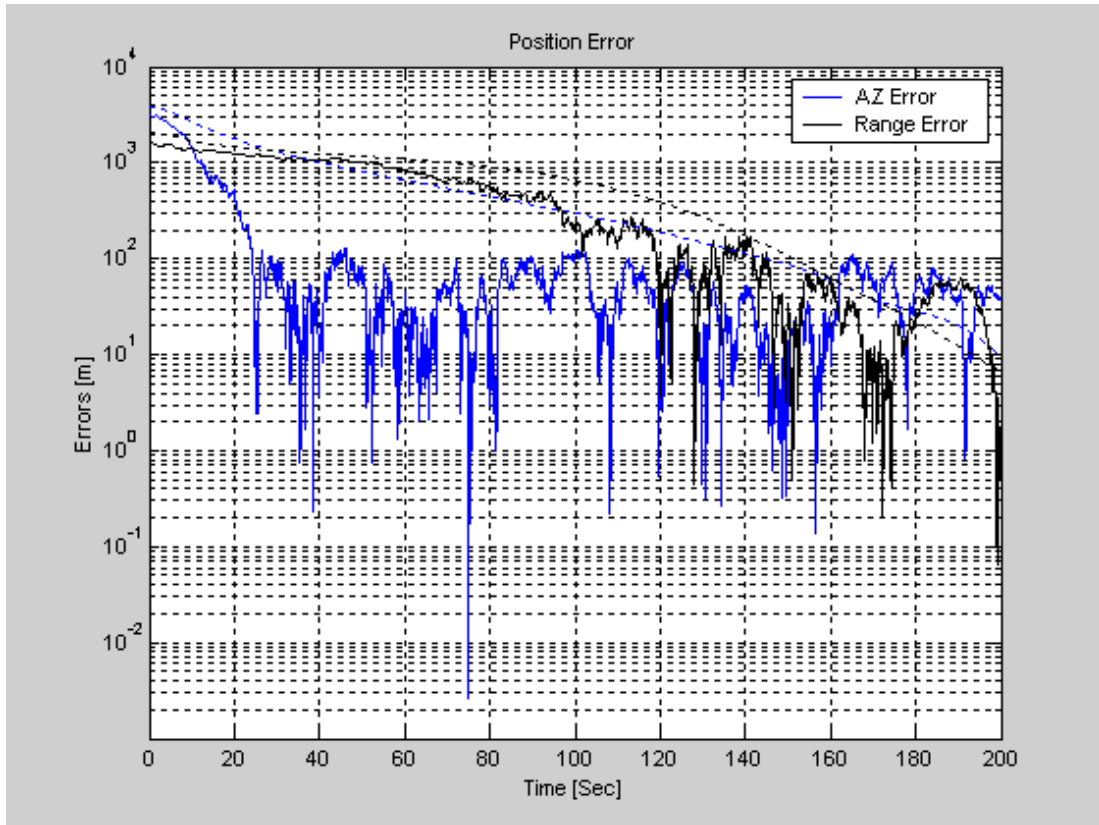
תרשים 4.35 – שגיאת השערוך בזווית ה-EL



תרשים 4.36 – שגיאת השערוך בטווח



תרשים 4.37 – שגיאת השערוך ב-ERP



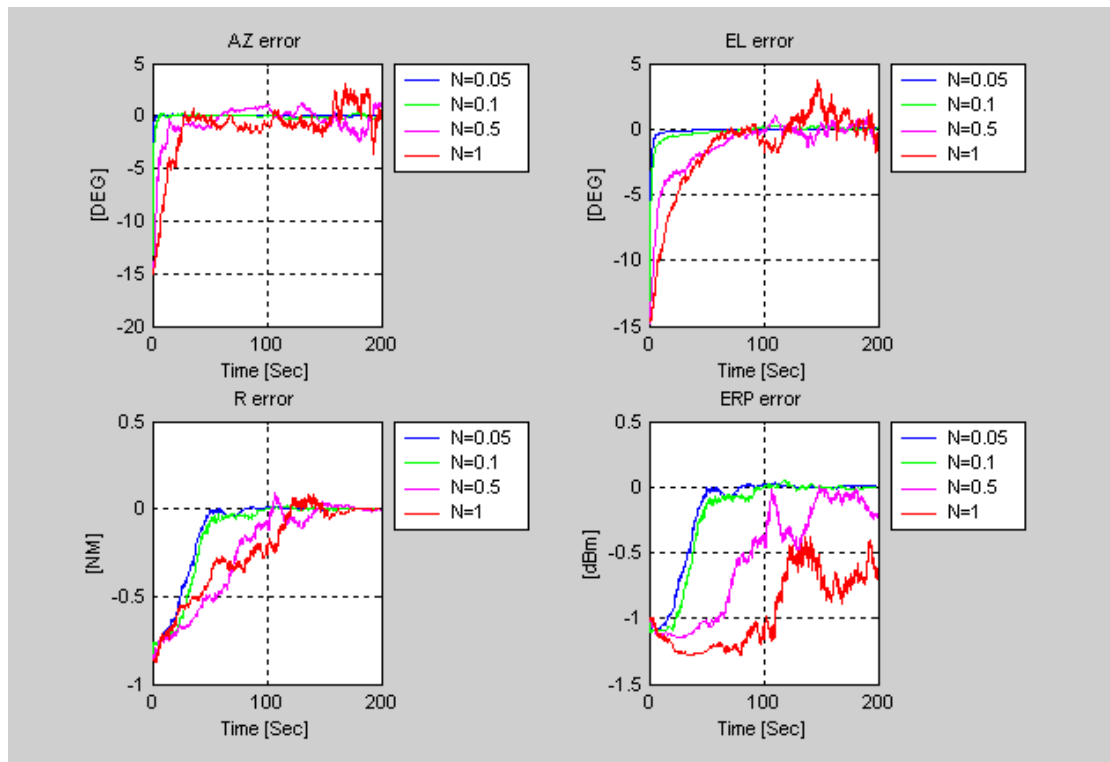
תרשים 4.38 – שגיאת המיקום

### מסקנה

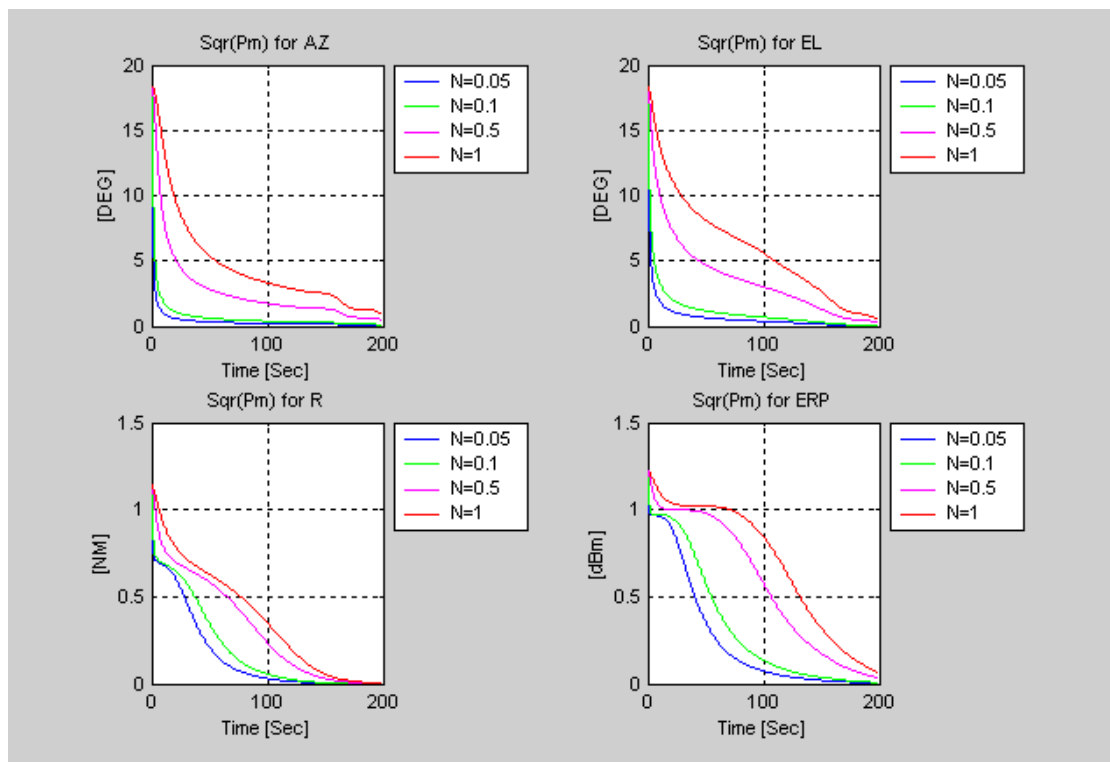
מגרפים אלו ניתן לראות כי כאשר רעש המדידה נמוך מ-0.5 dBm שגיאת השערוך נמצאת בתוך השרוול של שורש קוואריאנס השגיאה וכן הוא מתכנס לשגיאות מיקום של כמטרים בודדים לאחר 100 שניות. עבור רעשים גדולים יותר השערוך איטי יותר ותתכן בריחה מהשרוול של שורש P לאחר זמן שערוך של כ-150 שניות. עבור רעשים גדולים הפתרון המוצע של  $\delta(t)$  אינו פותר באופן מספיק טוב את הבעיה ויש לבצע פתרונות אחרים כמו:

- פונקציה לא לינארית של  $\delta(t)$ .
  - $\delta(t)$  משתנה כתלות ביעף הטיסה תוך תיקון  $\delta(t)$  לפי התמרון.
  - הגדלת  $\delta(t)$  לאחר זמן התכנסות מסויים כך ש-P לא תרד לערך נמוך מדי.
  - אילוץ P לערך מינימום מבלי לאפשר לה לרדת מתחת לשגיאה מסויימת.
- בעבודה זו לא נבחנו פתרונות אלו מכיוון שפתרון  $\delta(t)$  המוצע פותר באופן מספיק טוב את הבעיה לרעשים טיפוסיים ולא נדרש פתרון לסביבה רועשת מאוד.

התרשימים הבאים מתארים את שורש קוואריאנס השגיאה ואת השגיאה. כמו כן, מבוצעת השוואה בין שורש קוואריאנס השגיאה לבין השגיאה הנמדדת לאחר כ-100 שניות שערך עבור הרעשים השונים:

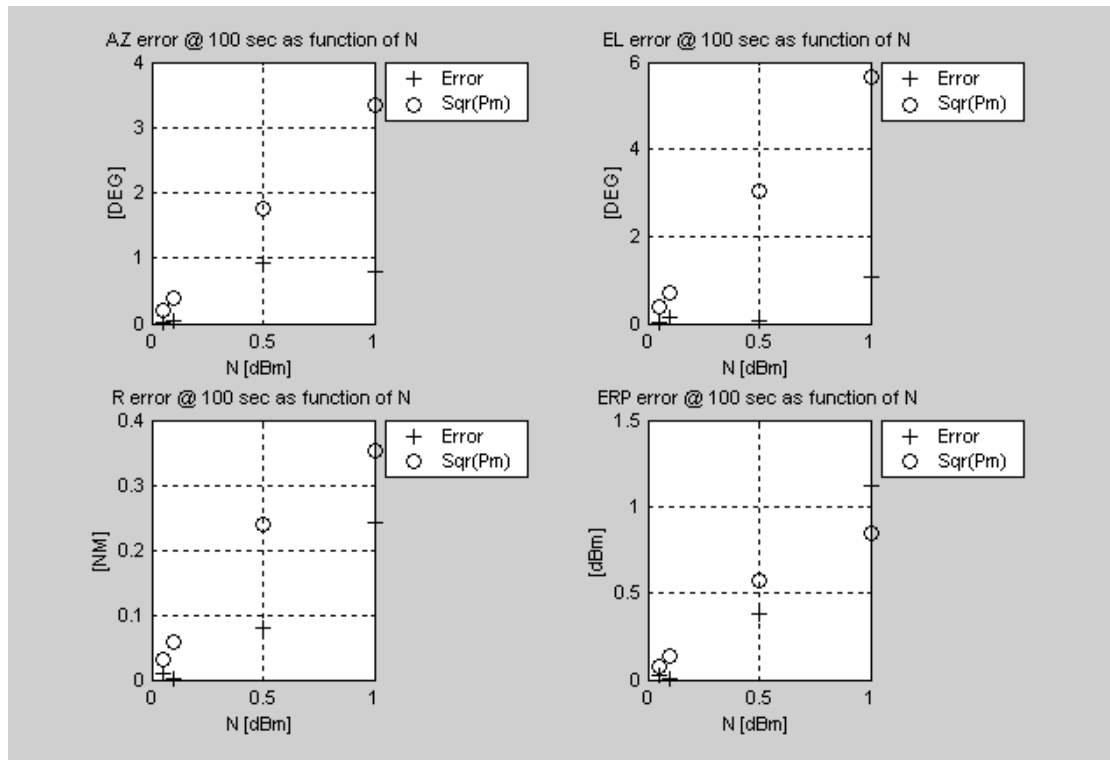


תרשים 39. 4 – שגיאות השערך עבור יעף מספר 1 ברעשים שונים

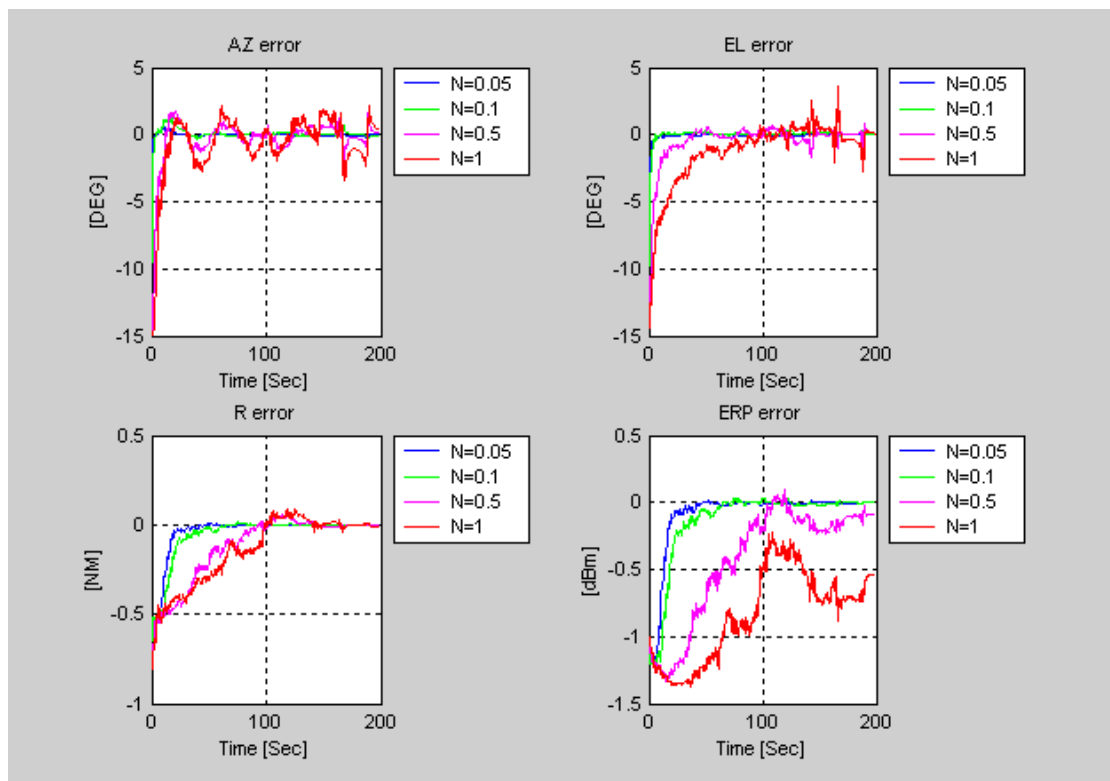


תרשים 40. 4 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף מספר 1 ברעשים שונים

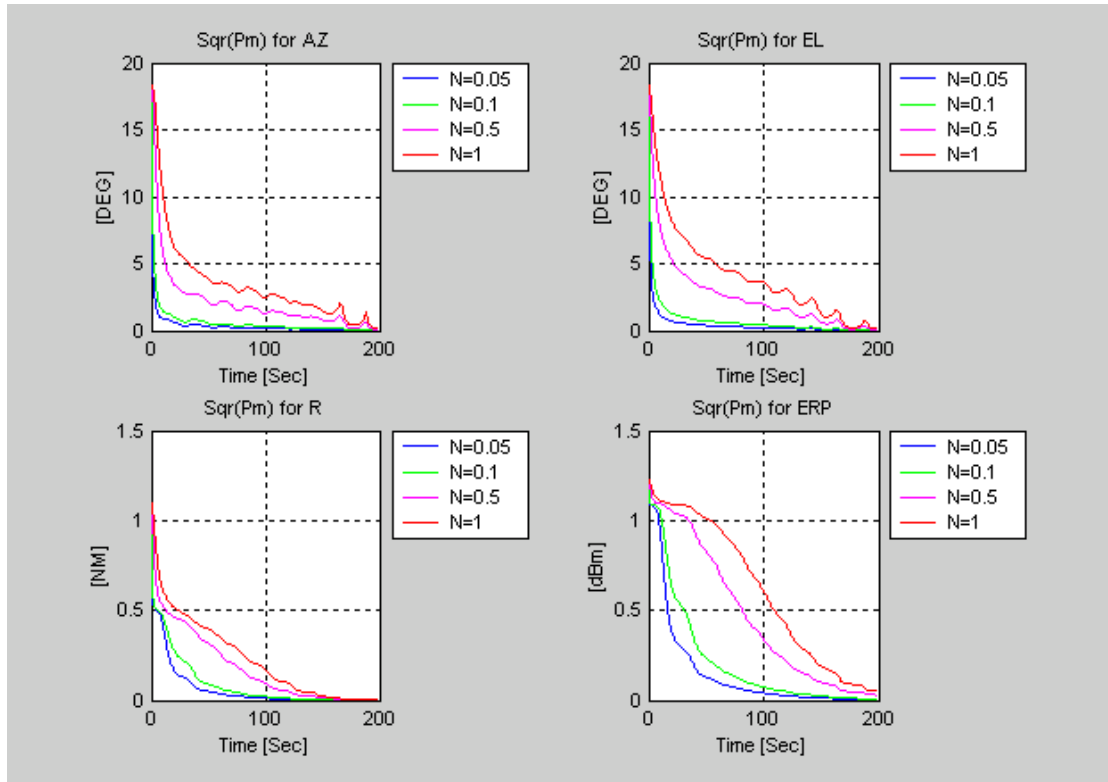




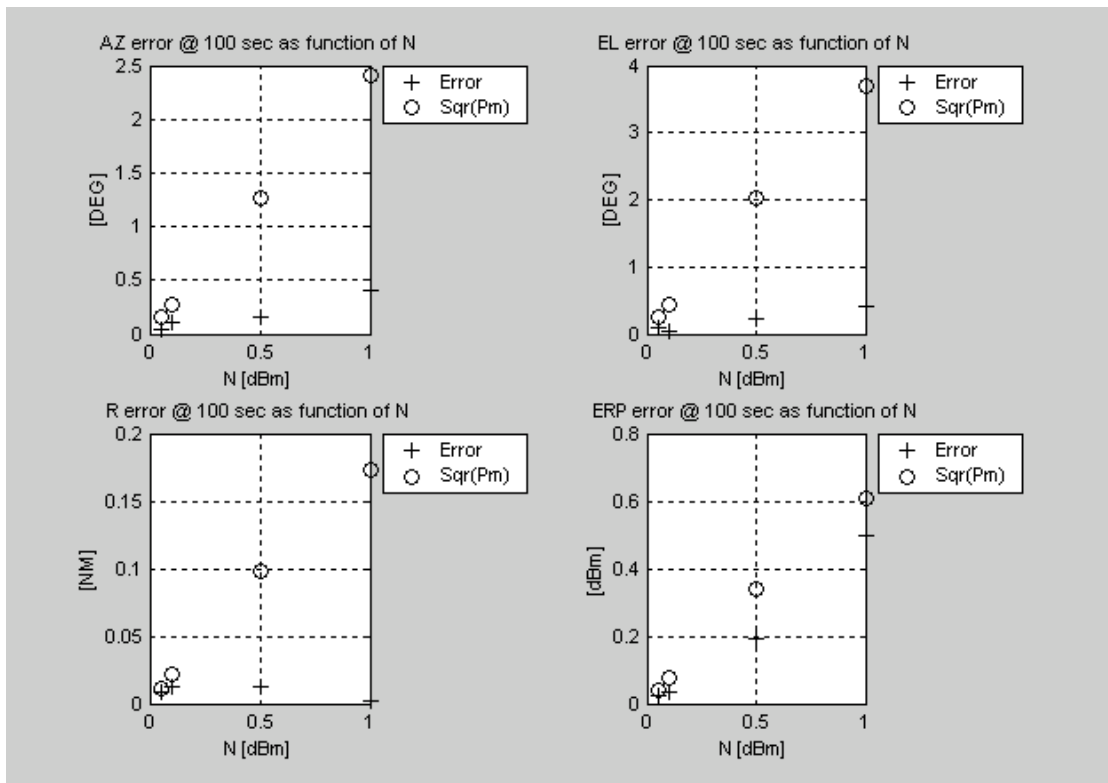
תרשים 4.41 – השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 1 ברעשים שונים



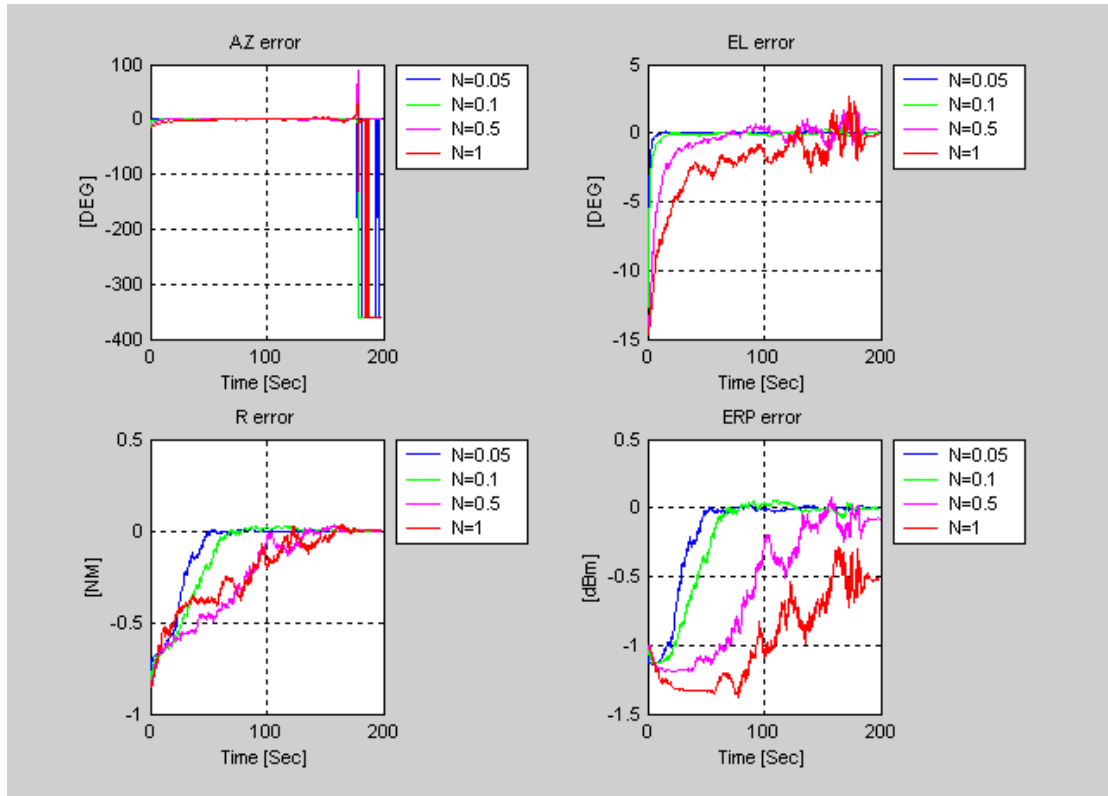
תרשים 4.42 – שגיאות השערך עבור יעף מספר 2 ברעשים שונים



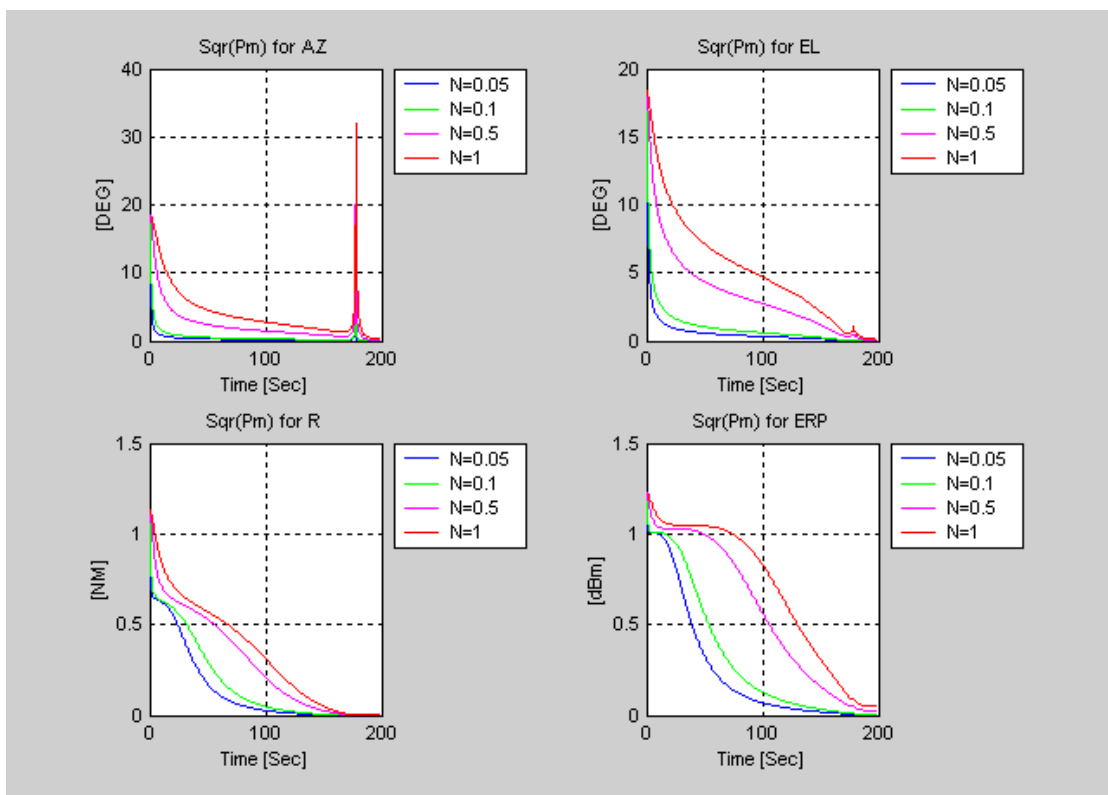
תרשים 4.43 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף 2 ברעשים שונים



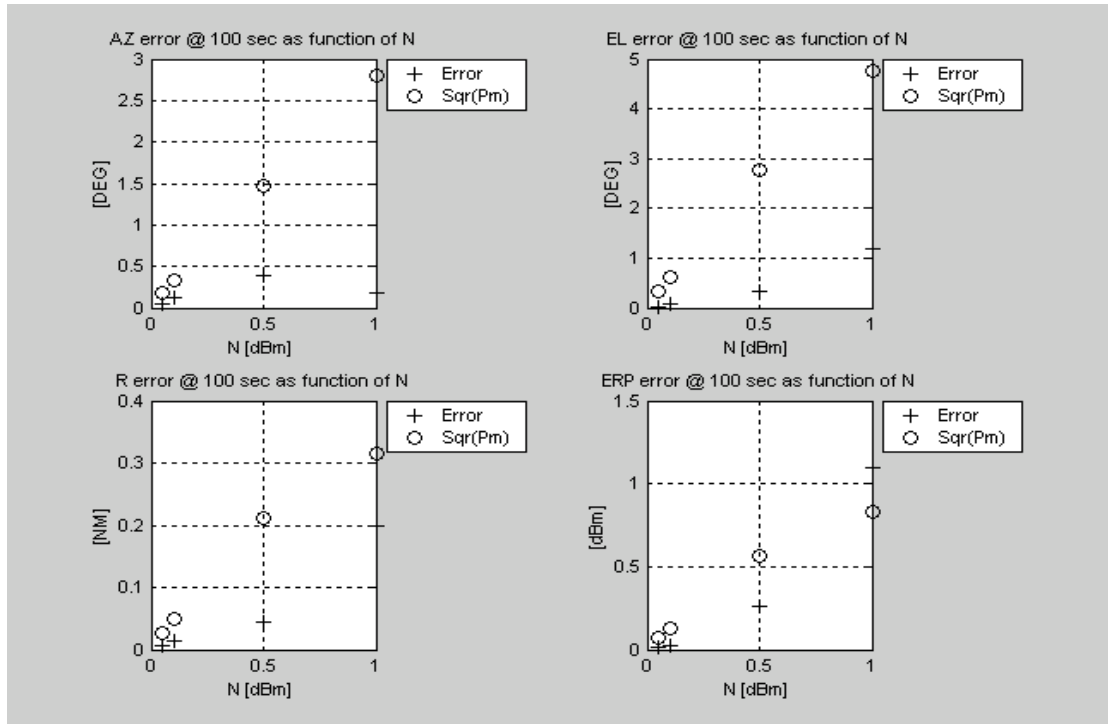
תרשים 4.44 – השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 2 ברעשים שונים



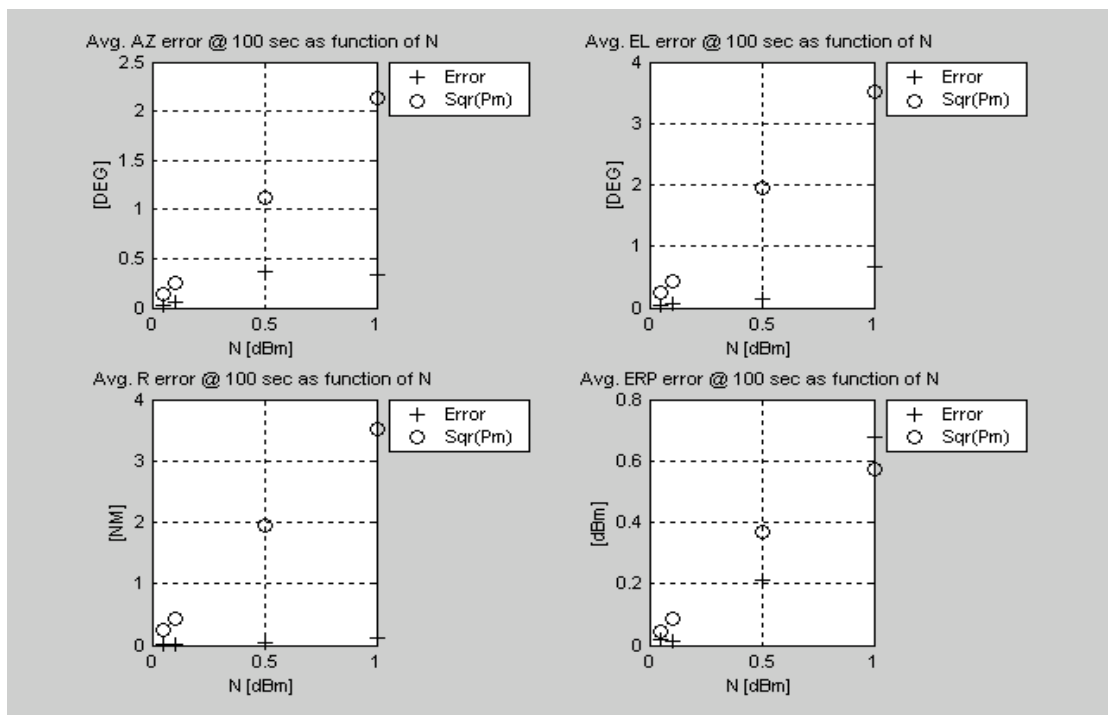
תרשים 4.45 – שגיאות השערוך עבור יעף מספר 3 ברעשים שונים



תרשים 4.46 – מטריצת הקוואריאנס עבור יעף 3 ברעשים שונים



תרשים 4.47 – השוואת השגיאה לאחר 100 שניות עבור יעף מספר 3 ברעשים שונים



תרשים 4.48 – ממצוע השגיאות עבור שלשת היעפים לאחר 100 שניות

### מסקנה

גם בשאר היעפים התקבלו תוצאות דומות. כלומר עבור רעש מדידה הנמוך מ-0.5 dBm שגיאת השערוך נמצאת בתוך השרוול של שורש קוואריאנס השגיאה וקיימת התכנסות הפילטר.

#### 4.5. אי התאמה בין עקומי האנטנות בפועל למודל המוחלק שלהם

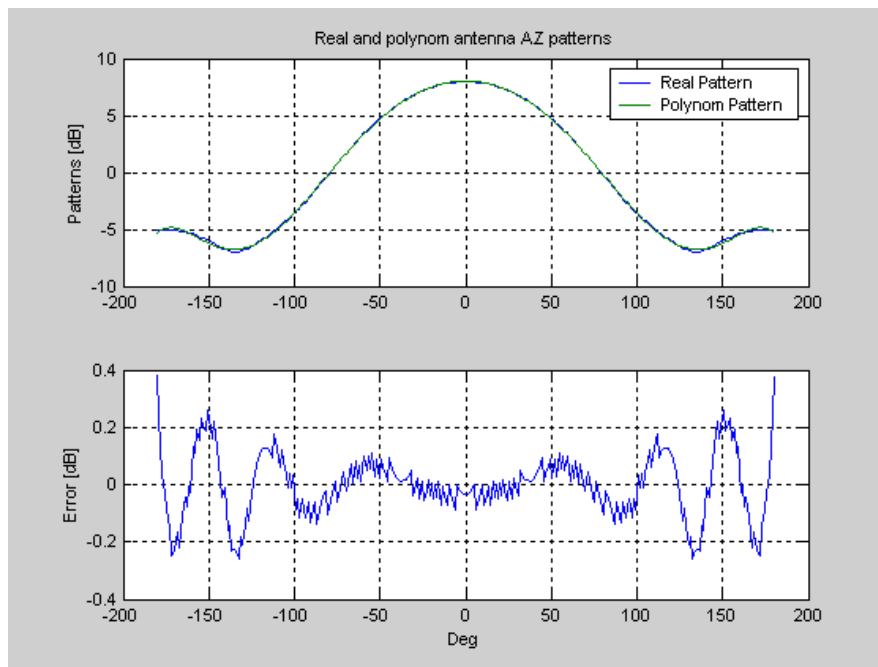
עד עתה בכל הסימולציות דימוי המדידות האמיתיות נעשה לפי עקום אנטנות מוחלק כפי מתואר בסעיף 3.5. בחלק זה, תיבחן תלות המשערך בחוסר ההתאמה בין המודלים. מודל דימוי המדידות האמיתיות יבוצע לפי אינטרפולציה בין מדידות עקום האנטנה האמיתי בעוד שחיזוי המדידות בפילטר הקלמן (לפי משוואה 29.8) יבוצע ע"י פונקצית הפולינום המקרבת את העקום.

#### תאור הסימולציה

על מנת לבחון את השפעת העקום נבצע קרובים עם מספר מקדמים שונה לפולינום ונבדוק את התכנסות הפילטר ואת שגיאות המיקום. רעש המדידה בסימולציה זו נקבע ל-0.1dBm. נבחן 3 מצבים: 8 מקדמי פולינום, 15 מקדמים ו-25 מקדמים כאשר לכל בחירה נציג את התנהגות הפילטר לאורך הזמן. נבחן את התוצאות לשאר היעפים.

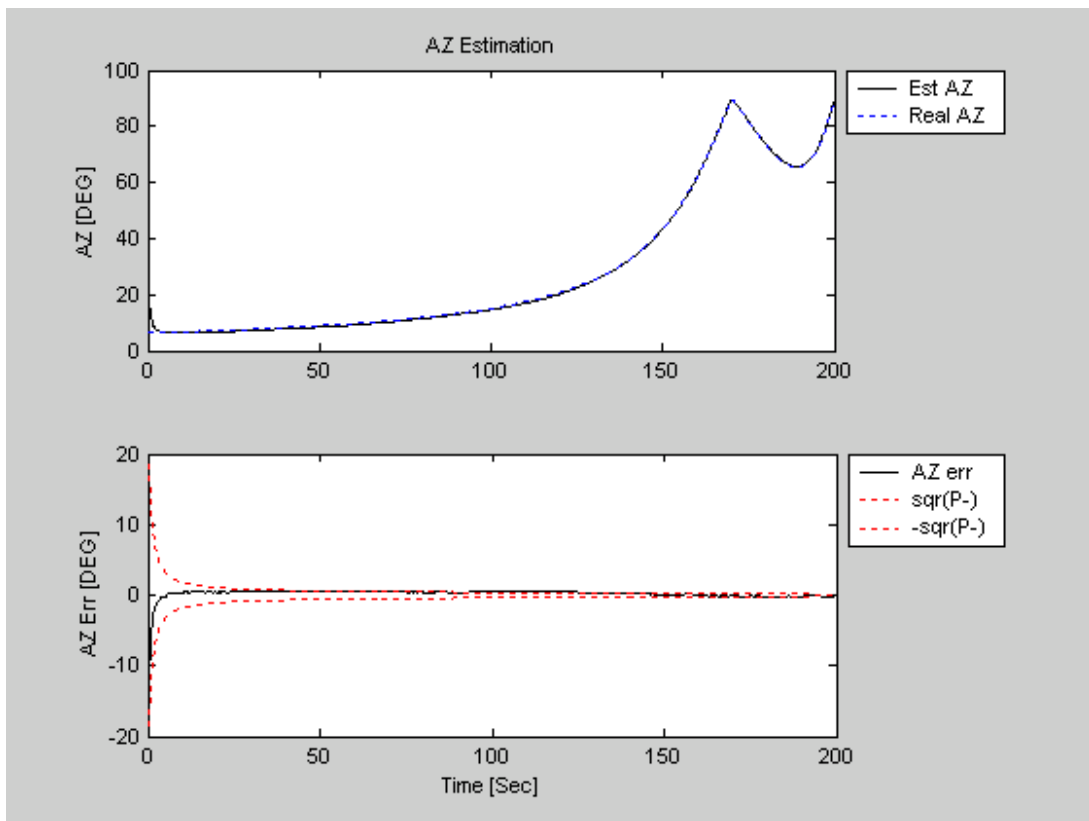
##### 4.5.1. קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 8.

8 מקדמי פולינום לזווית ה-AZ ו-8 מקדמי פולינום לזווית ה-EL - מביא לשגיאות של כ-0.2 dB בין המדידות האמיתיות לבין החיזוי.

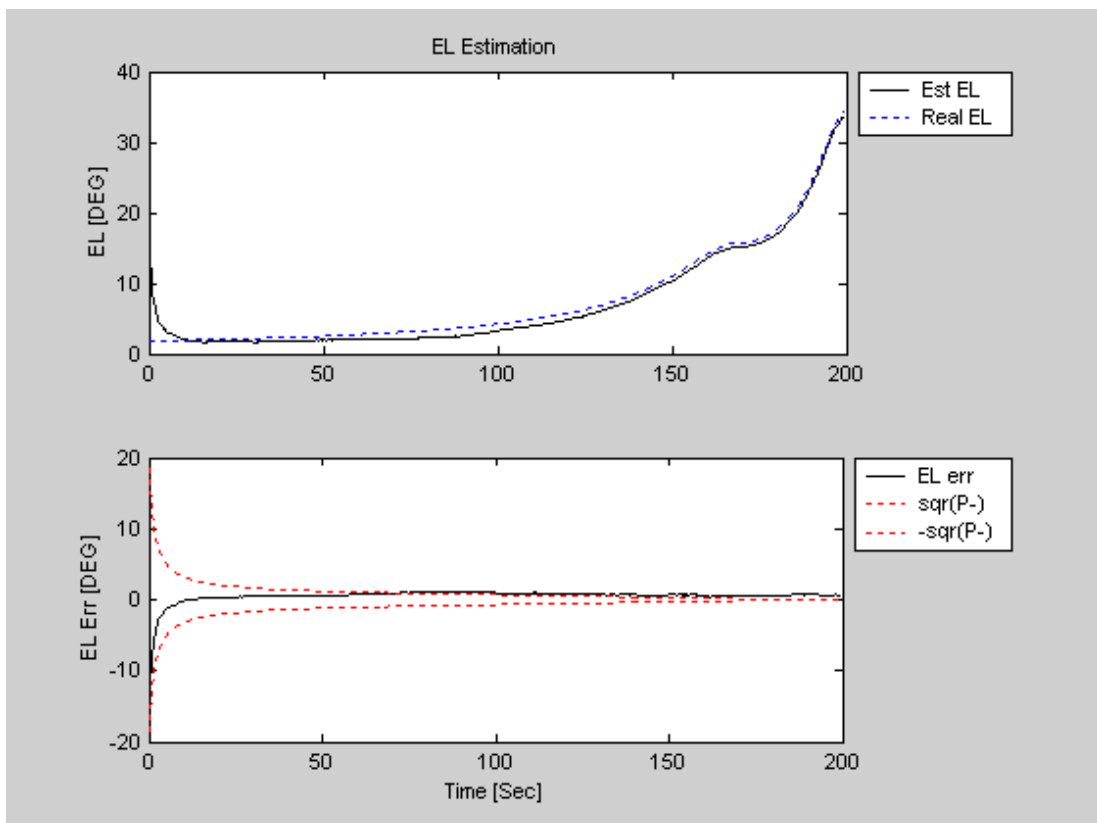


תרשים 4.49 – עקום האנטנה והשגיאה עבור 8 מקדמי פולינום

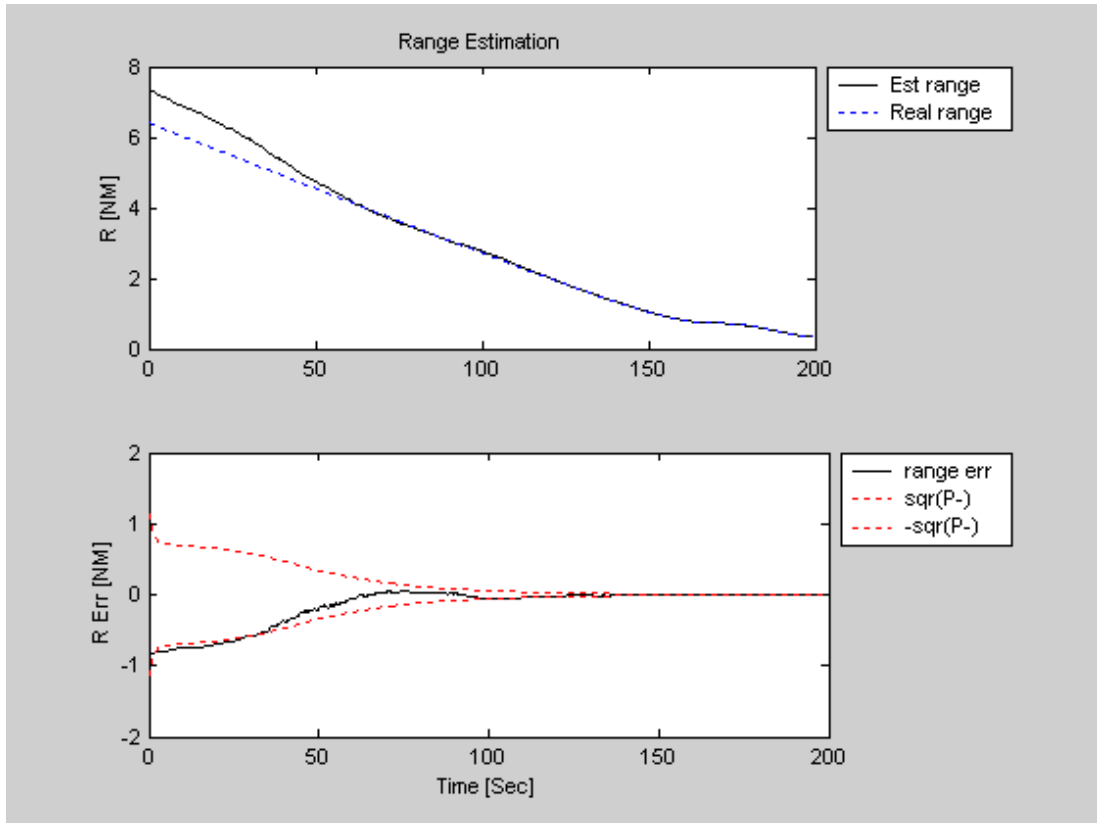
הגרפים הבאים מתארים את התנהגות הפילטר לאורך הזמן.



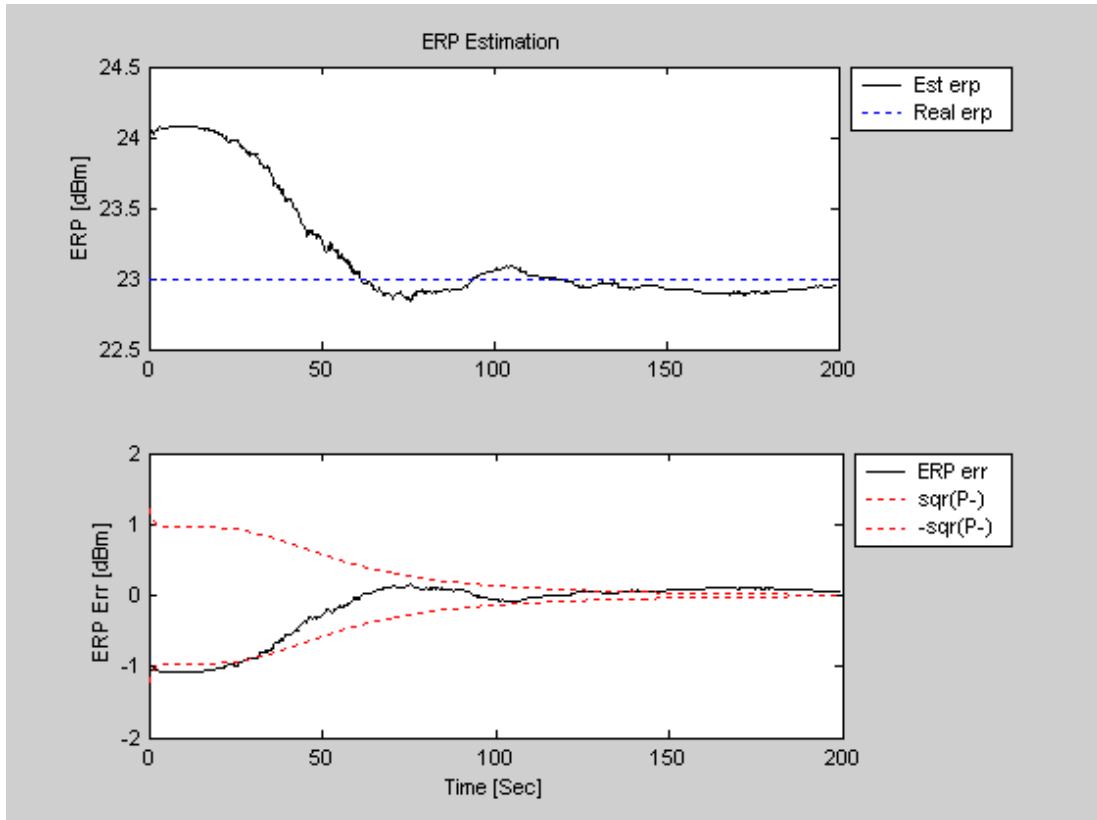
תרשים 4.50 – שערך הכוון



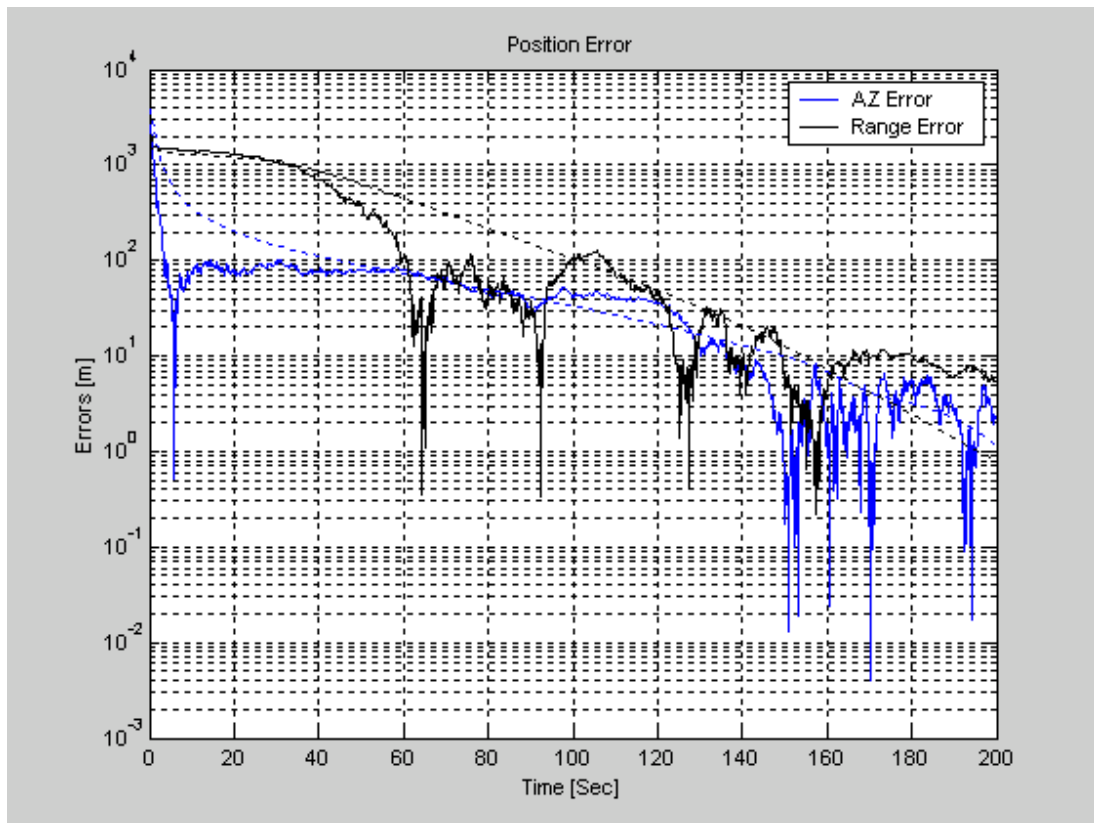
תרשים 4.51 – שערך ההגבהה



תרשים 4.52 – שערך הטווח



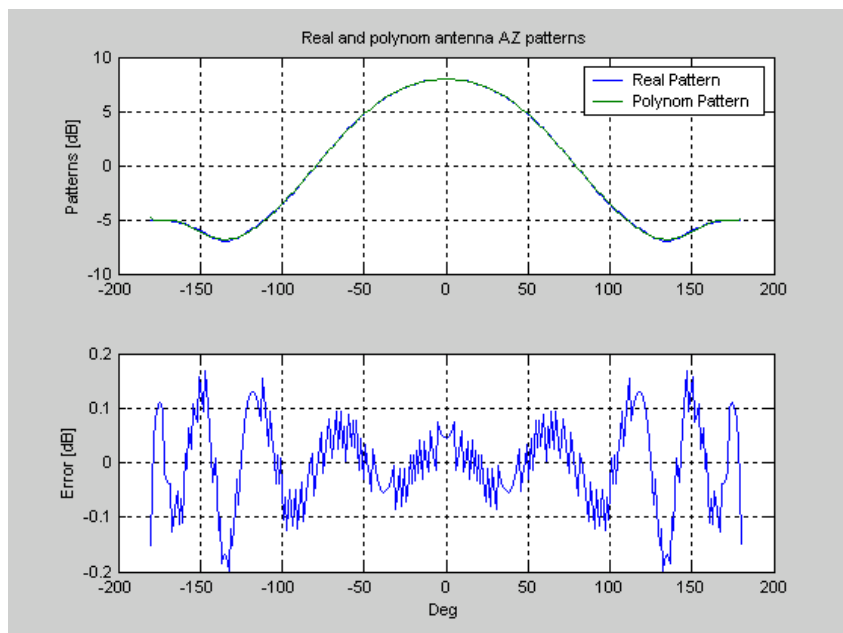
תרשים 4.53 – שערך ה-ERP



תרשים 4.54 – שגיאת המיקום

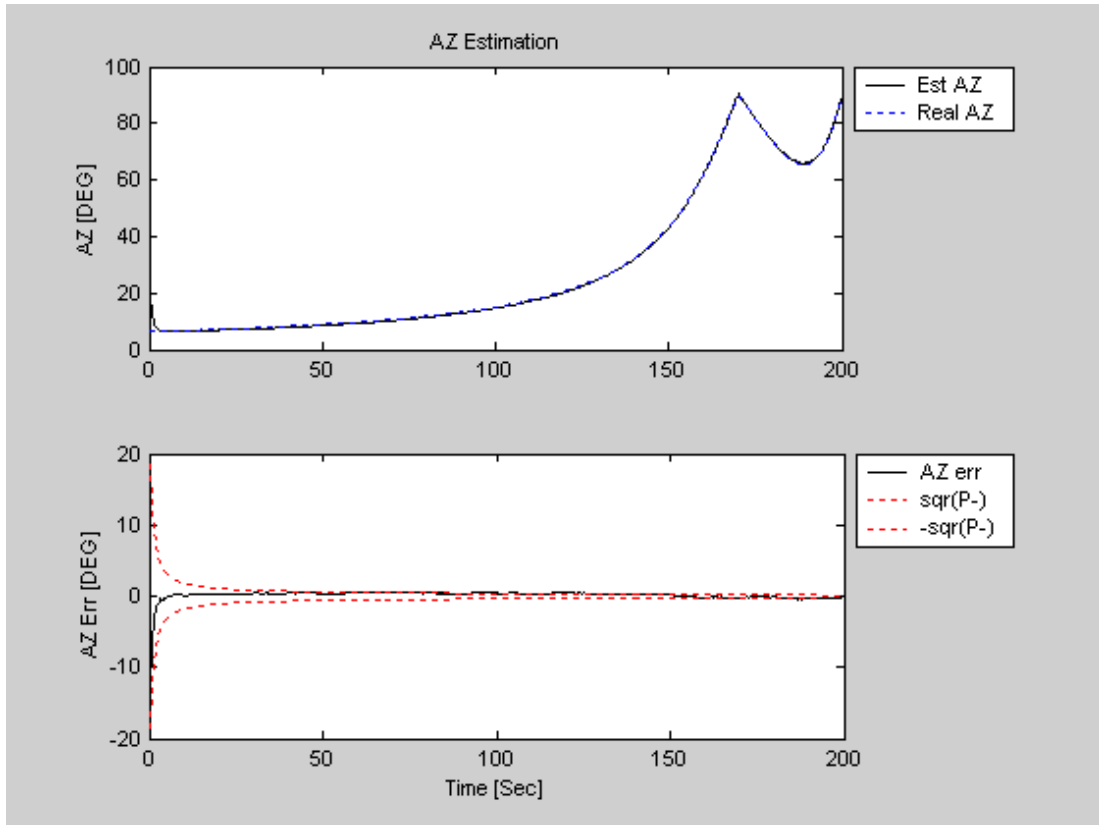
4.5.2. קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 15.

15 מקדמי פולינום לזווית ה-AZ ו-15 מקדמי פולינום לזווית ה-EL - מביא לשגיאות של כ-0.1 dB בין המדידות האמיתיות לבין החיזוי.

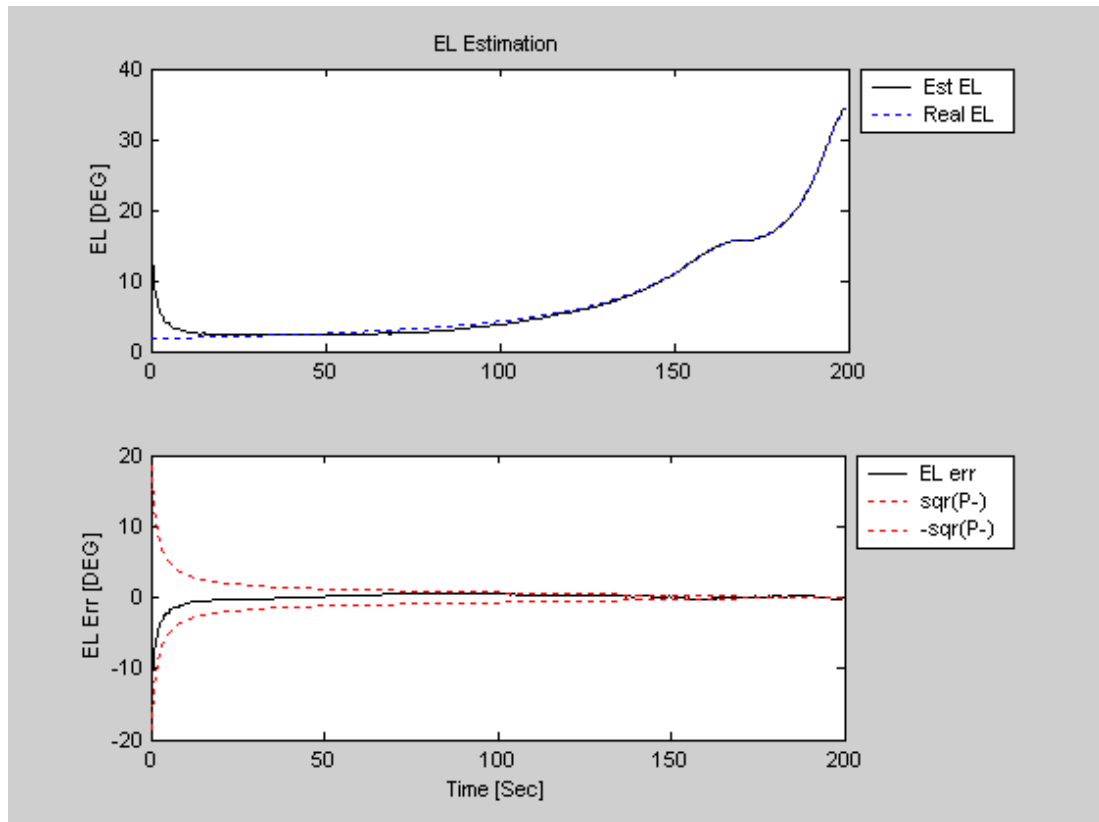


תרשים 4.55 – עקום האנטנה והשגיאה עבור 15 מקדמי פולינום

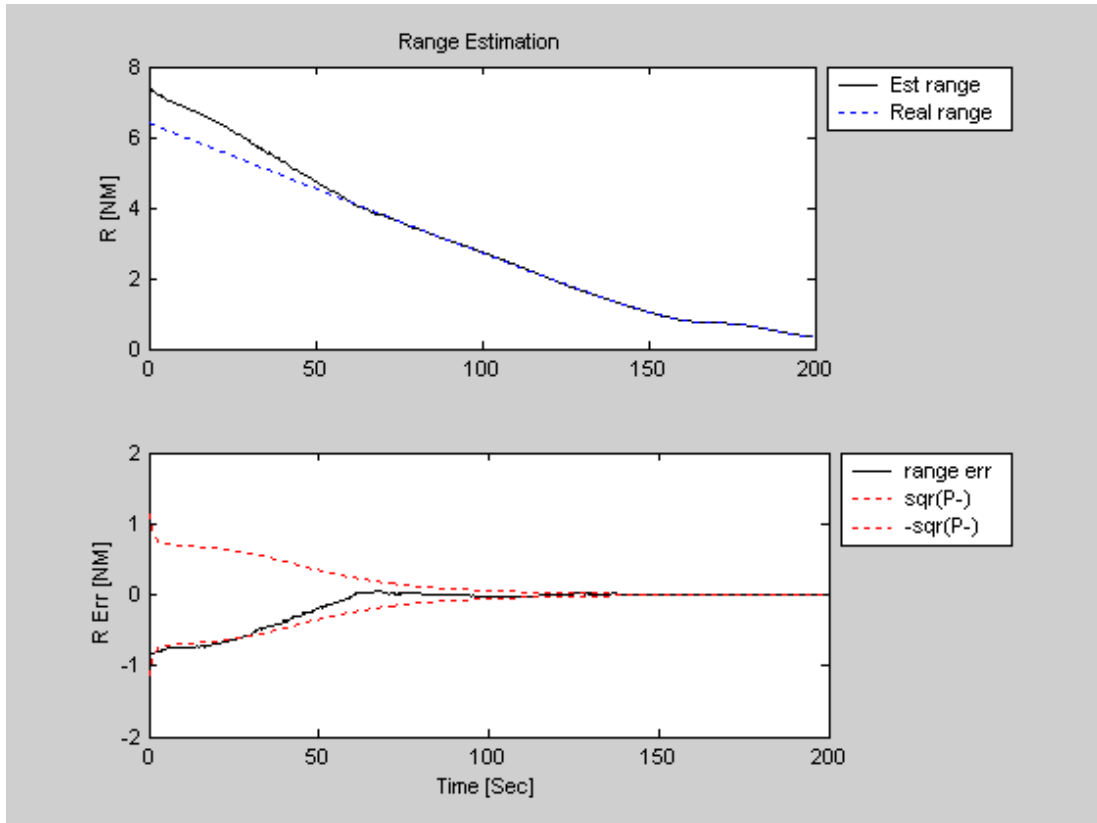




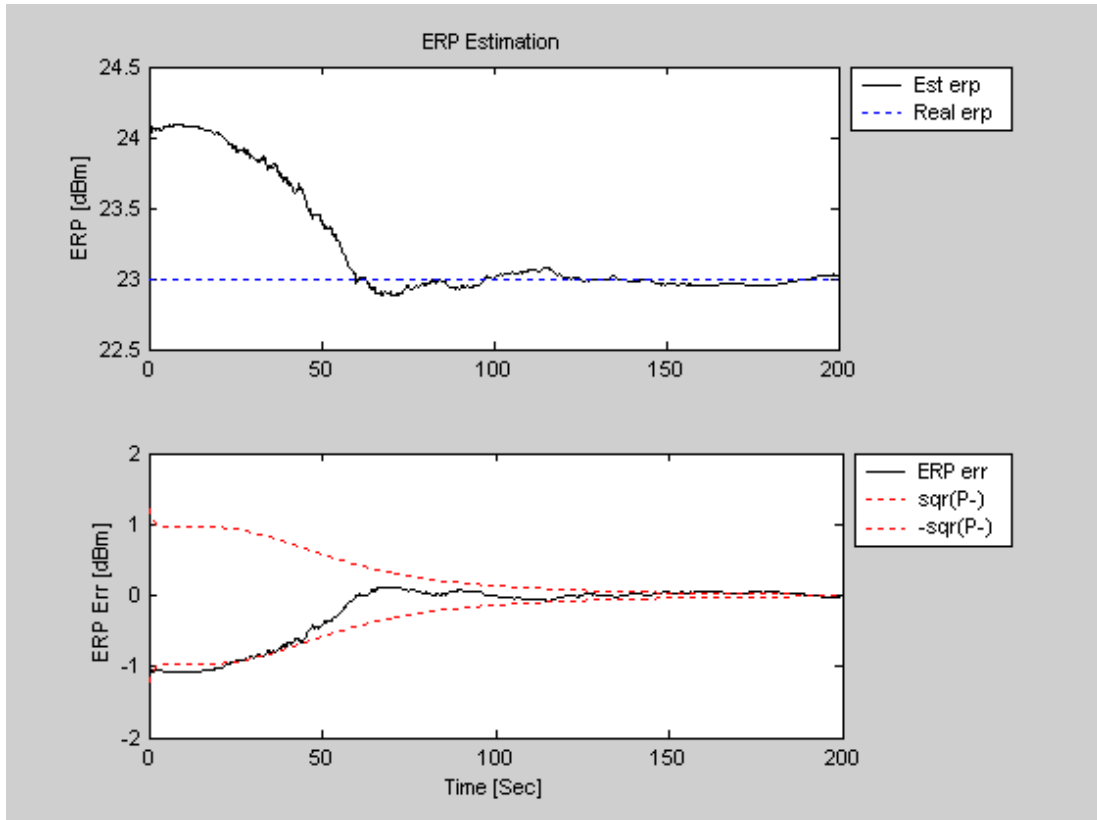
תרשים 4.56 – שערך הכוון



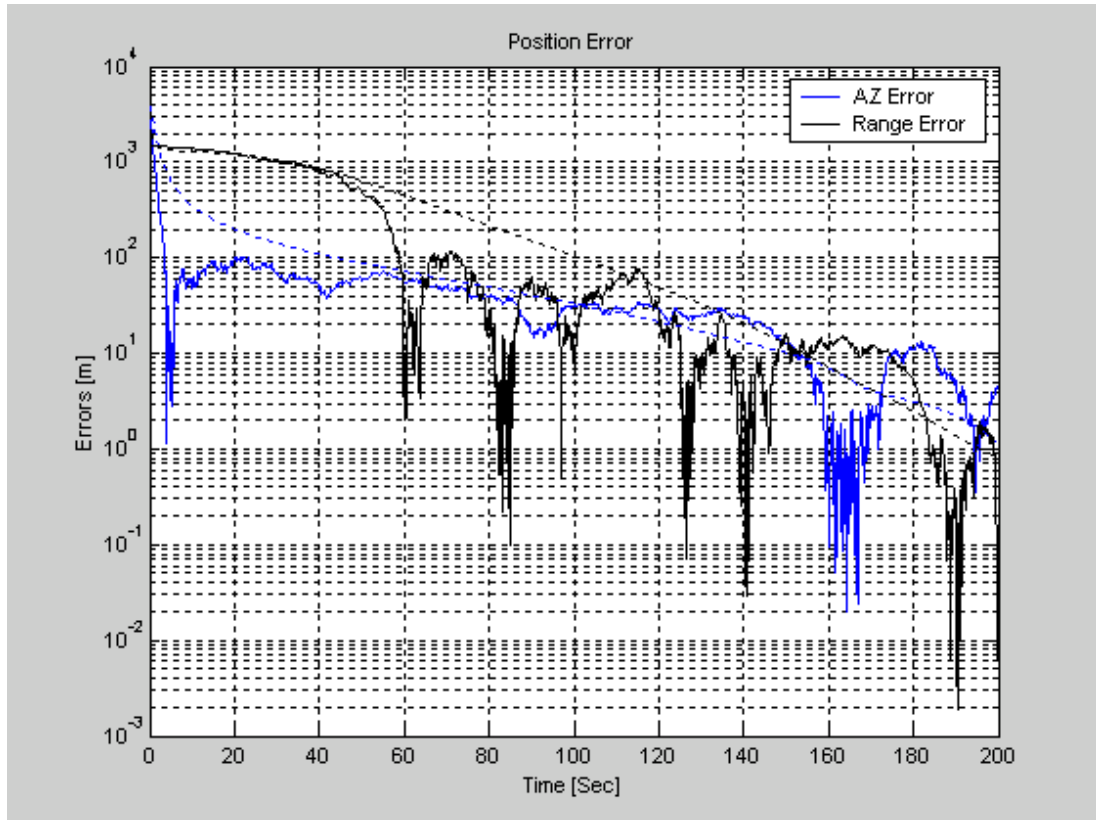
תרשים 4.57 – שערך ההגבהה



תרשים 4.58 – שערך הטווח



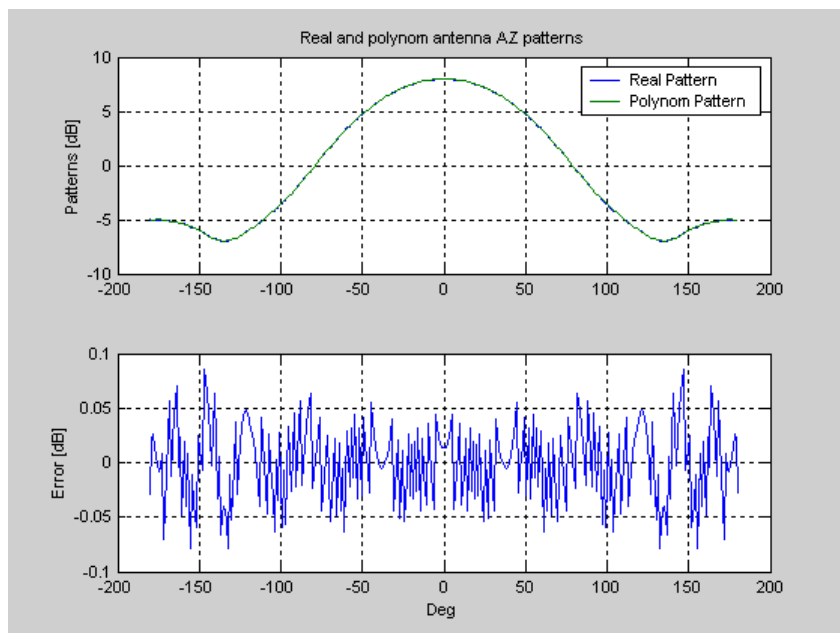
תרשים 4.59 – שערך ה-ERP



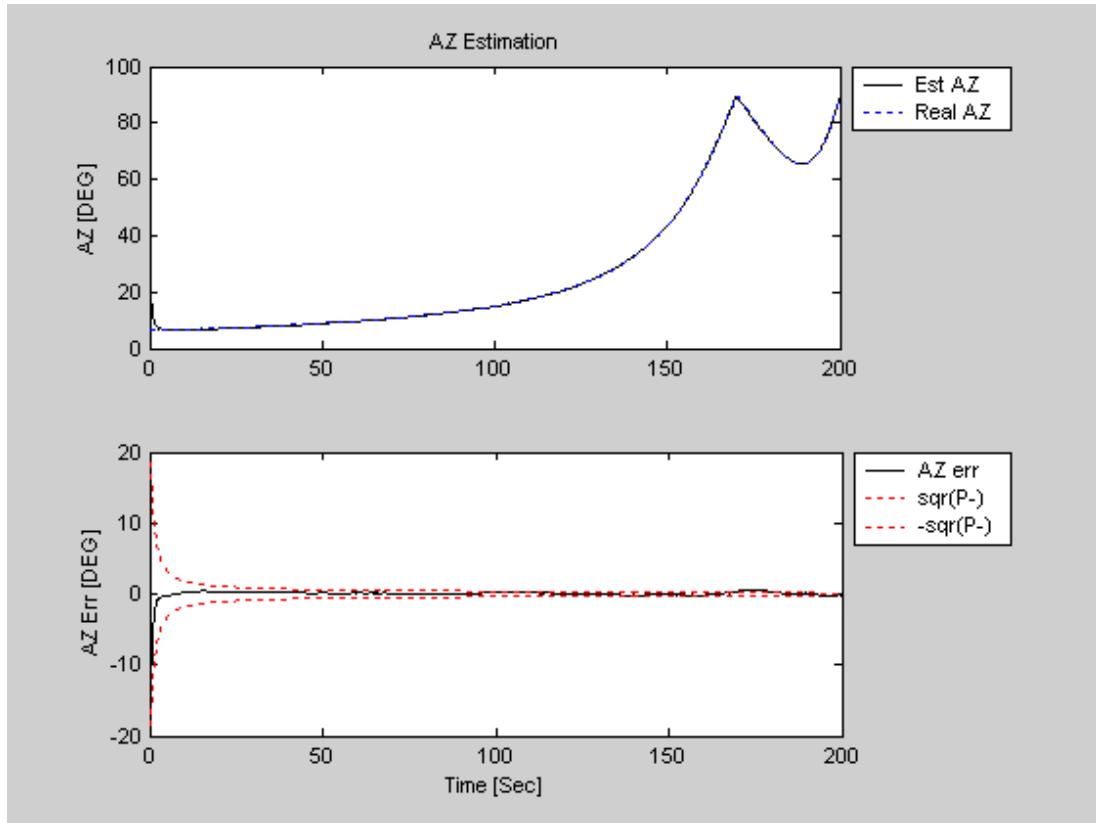
תרשים 4.60 – שערך המיקום

4.5.3. קרוב עקומי האנטנות באמצעות פולינומים מדרגה 25.

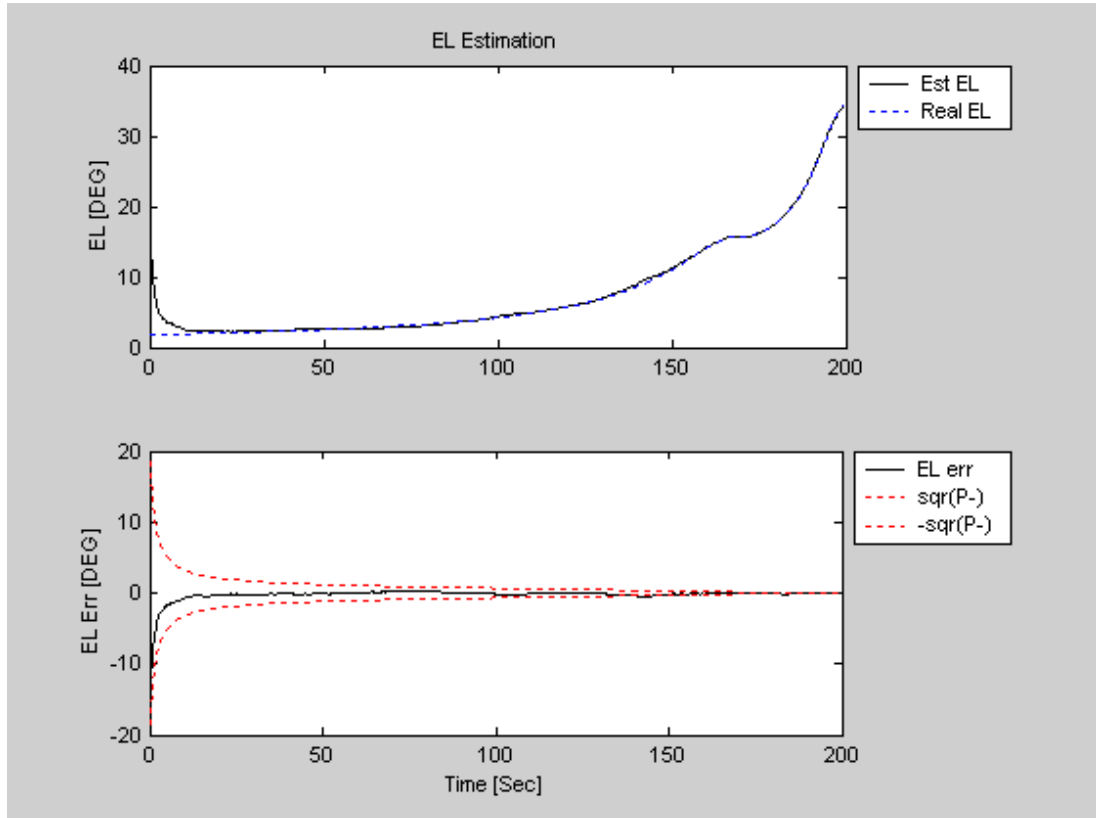
25 מקדמי פולינום לזווית ה-AZ ו-25 מקדמי פולינום לזווית ה-EL - מביא לשגיאות של כ-0.05 dB בין המדידות האמיתיות לבין החיזוי.



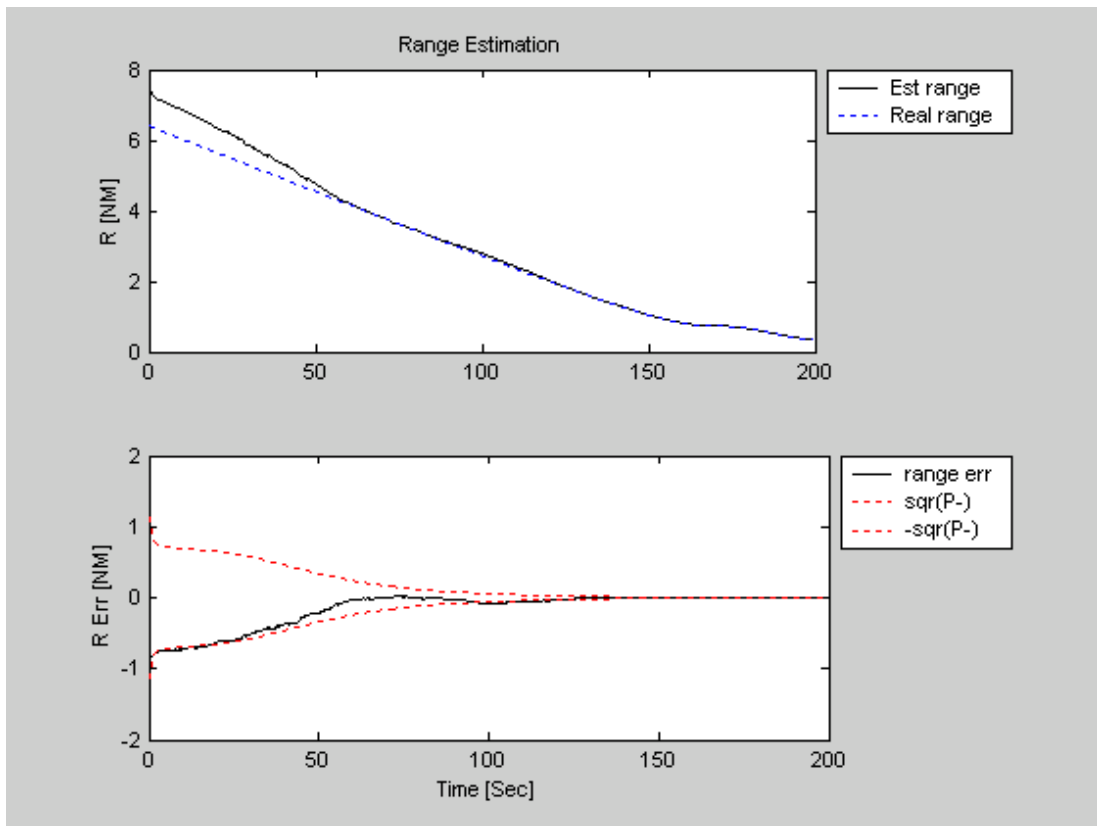
תרשים 4.61 – עקום האנטנה והשגיאה עבור 25 מקדמי פולינום



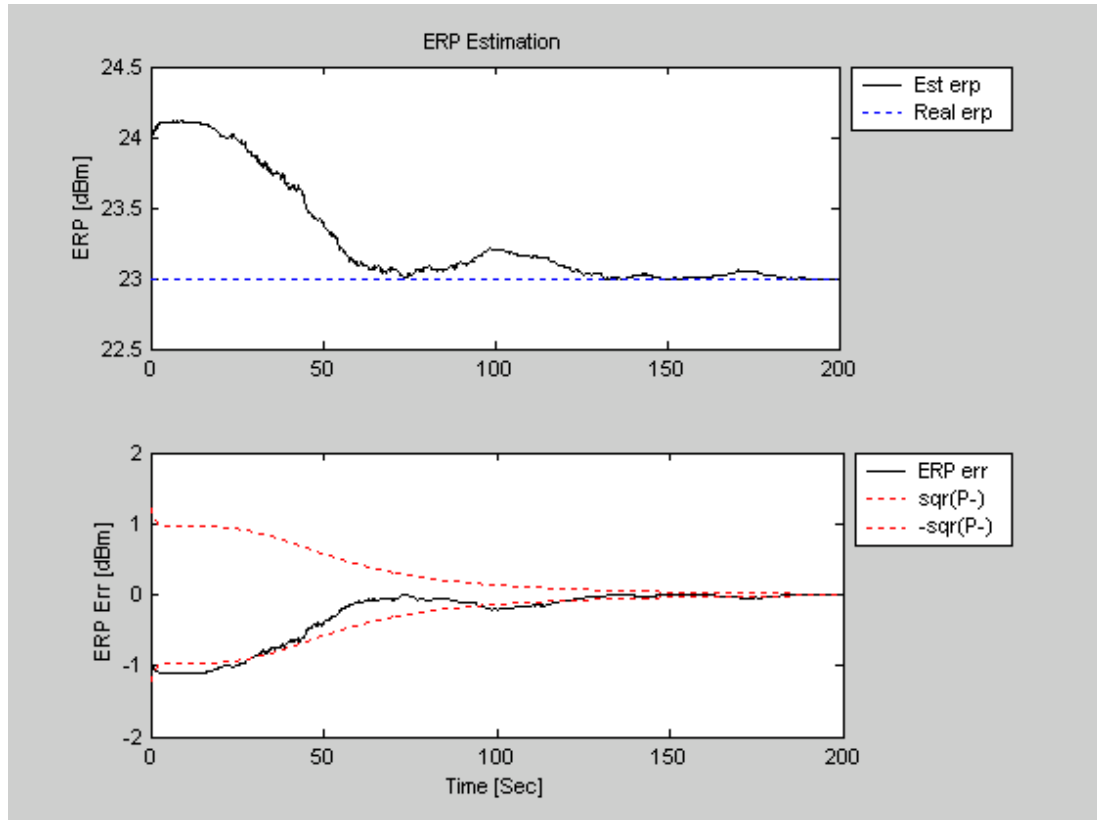
תרשים 4.62 – שערך הכוון



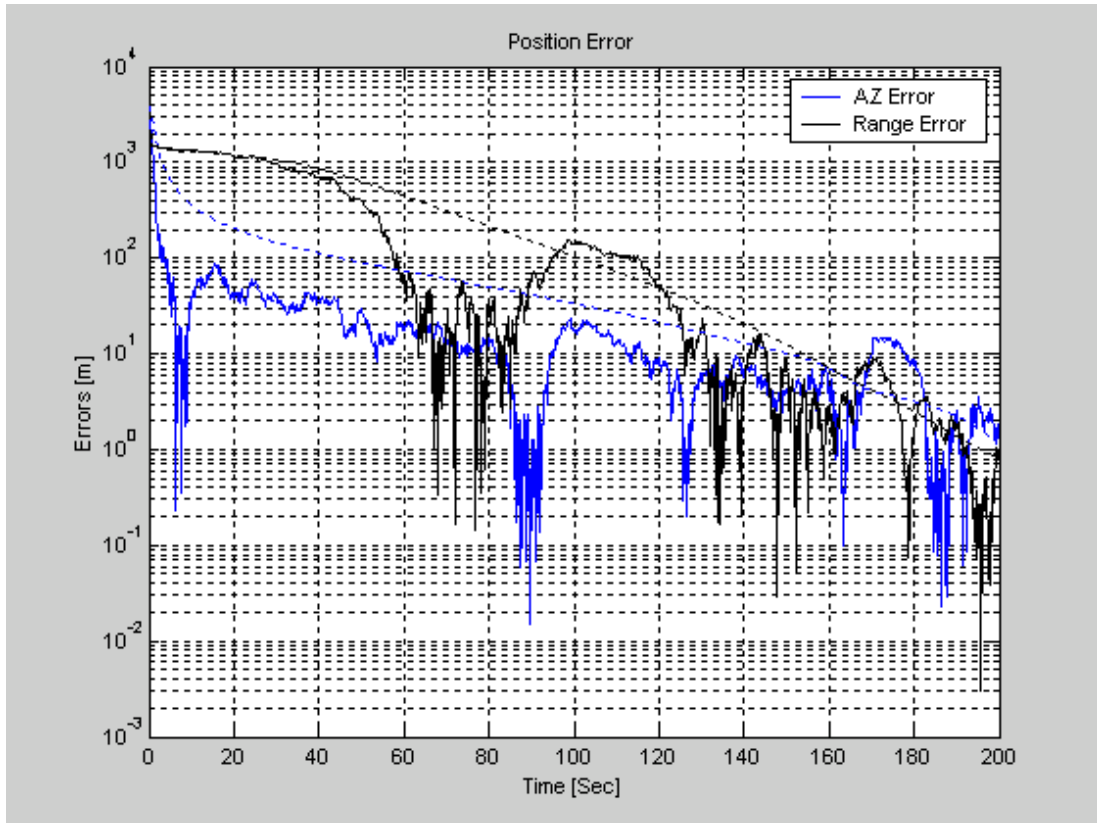
תרשים 4.63 – שערך ההגבהה



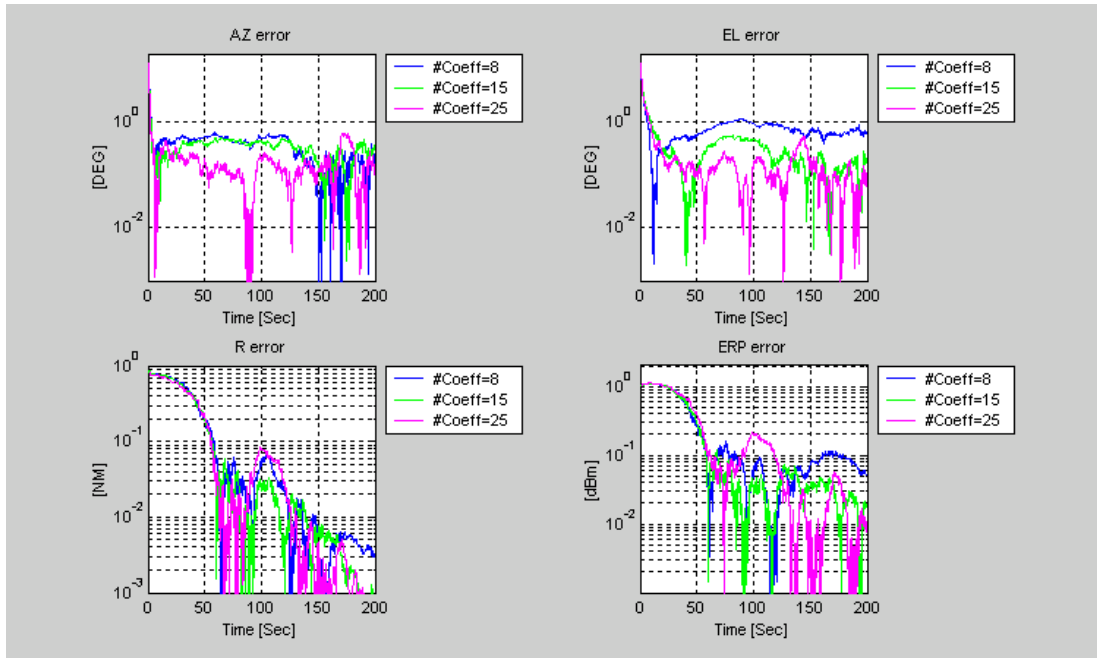
תרשים 4.64 – שערך הטווח



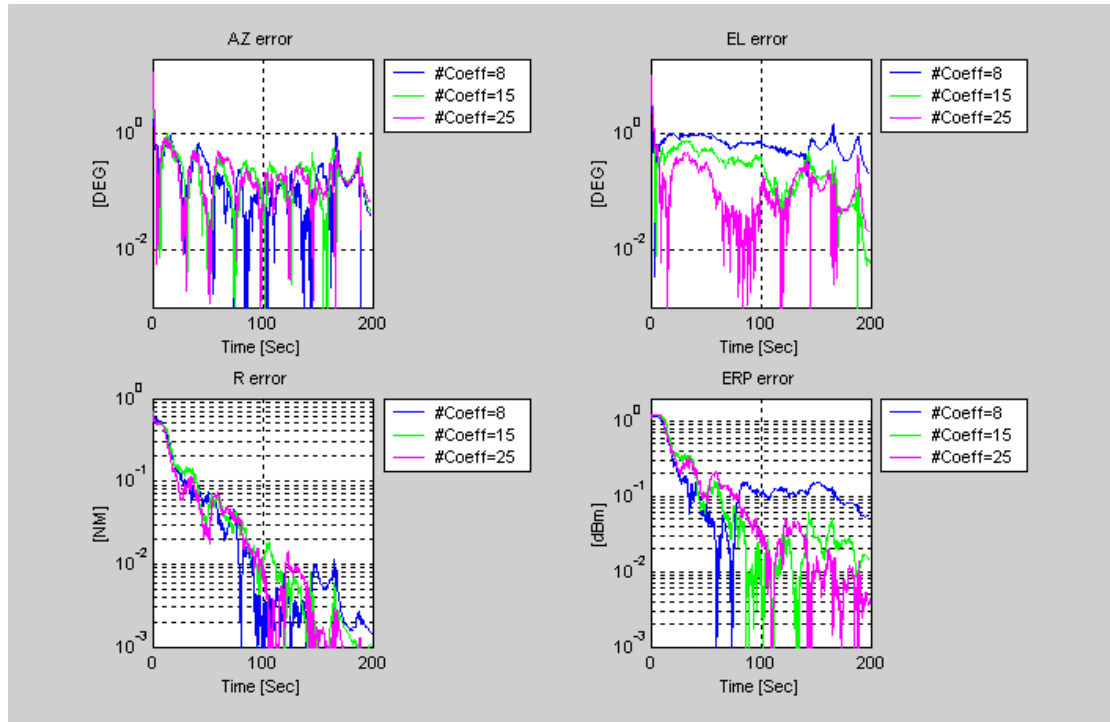
תרשים 4.65 – שערך ה-ERP



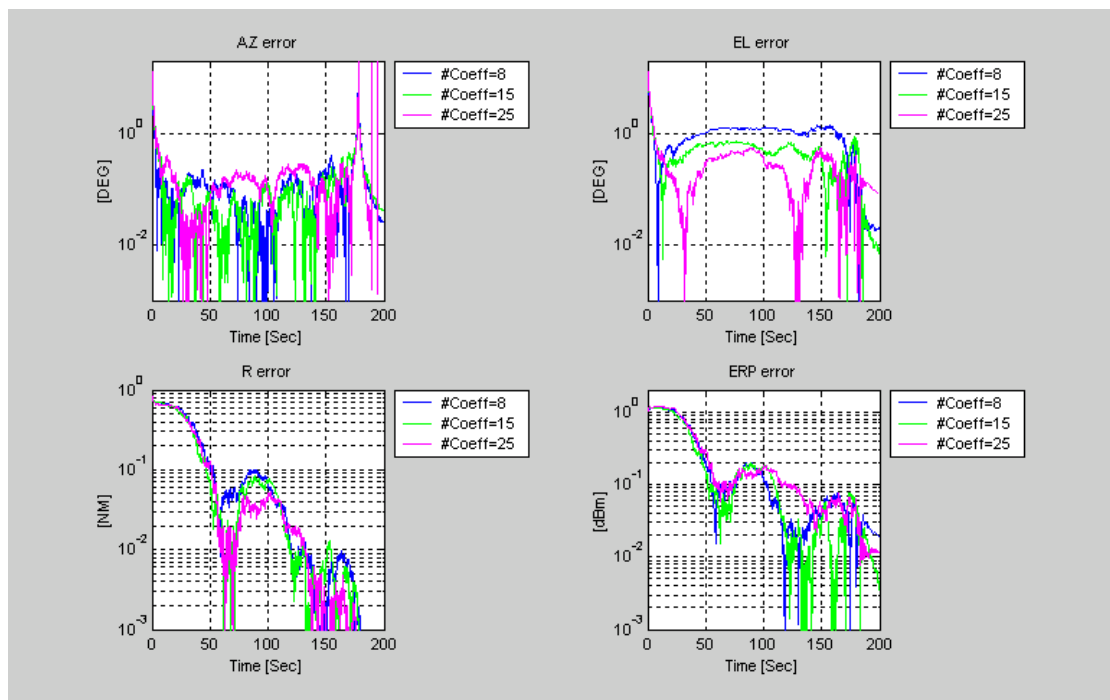
תרשים 4.66 – שגיאת המיקום



תרשים 4.67 – השגיאות עבור יעף 1 עם מקדמי פולינום שונים



תרשים 68. 4 – השגיאות עבור יעף 2 עם מקדמי פולינום שונים



תרשים 69. 4 – השגיאות עבור יעף 3 עם מקדמי פולינום שונים

**מסקנה**

מתוך הגרפים ניתן לראות כי תופעות חוסר הכיול דומות לתופעות רעש המדידה כאשר אין פזילה (Bias). כיול לא מדויק של האנטנות יביא לשגיאות גדולות יותר ואף להתבררות הפילטר. עבור 15 מקדמים, לאחר 160 שניות של טיסה מגיעים לדיוקים של כ-40 מטרים במיקום. חשוב לציין כי בביצוע כיול של הפילטר למסוק ולעקומי האנטנות הקיימות בפועל על המסוק ניתן לשפר את דיוקי המדידה וכך לשפר את דיוקי שערך המיקום למטרים בודדים. במצבים בהם לא ניתן לבצע את הכיול, דיוקי המיקום יגיעו לדיוקים דומים למוצג בסעיף זה אשר משתפרים במהלך הזמן עד לדיוקים הדרושים.

**4.6 חסם Cramer Rao לשגיאת השערך**

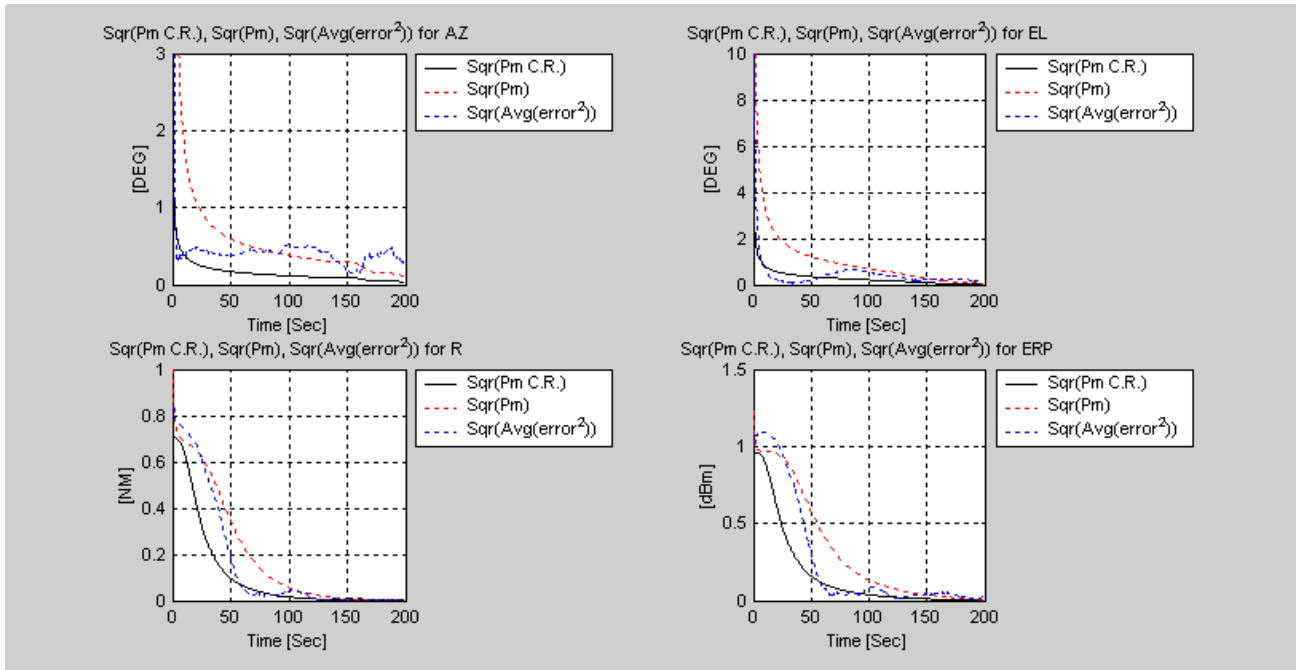
על פי [26], [27] ניתן למצוא קרוב לחסם Cramer Rao לשגיאה יתקבל כאשר הפילטר ינסה לשערך את הערך האמיתי, כלומר, במשוואות 26.8 עד 30.8 נציב את ערך  $X$  האמיתי ולא את המשוער. כאשר הפילטר לינארי וכאשר המודל דטרמיניסטי, קרוב זה מוצא את החסם באופן מדויק.

**תאור הסימולציה**

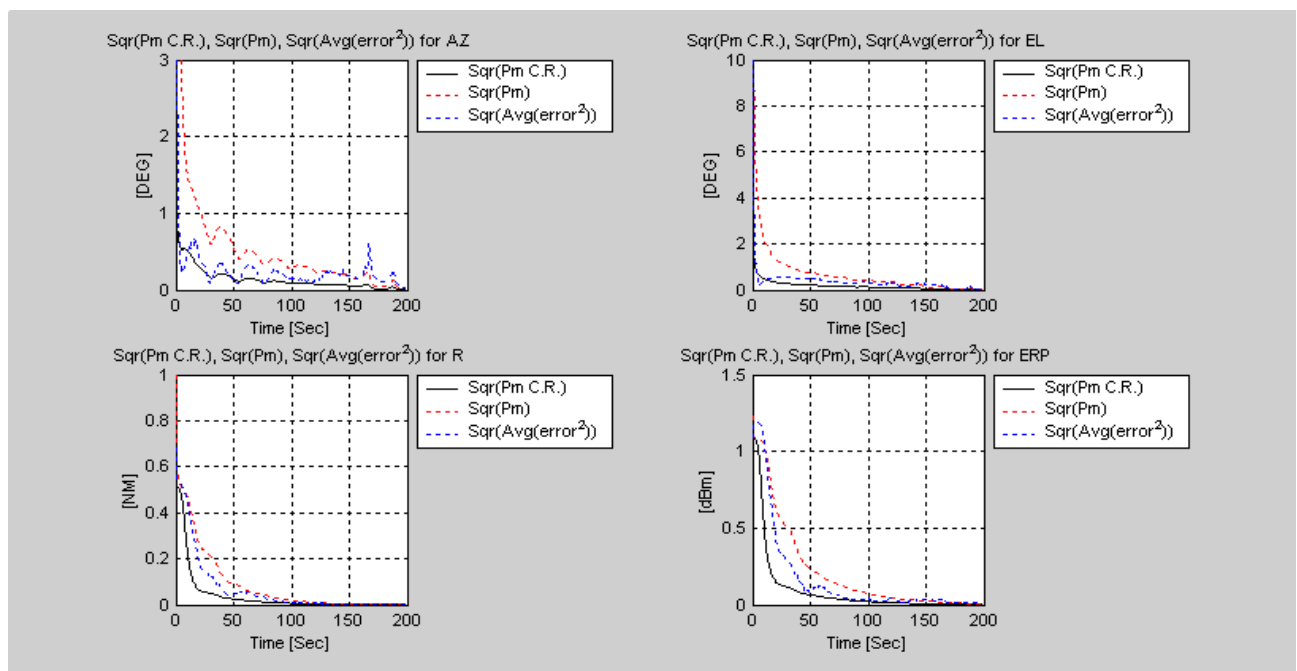
הסימולציות הבאות מראות את החסם עבור יעפים 1 עד 3. כל יעף הורץ 20 פעמים כאשר לכל יעף חושב חסם Cramer Rao וכן ממוצע השגיאה ושרוול קוואריאנס השגיאה. יש לציין כי החסם נבדק ללא תיקוני ההטיה למטריצת הקוואריאנס אך עם ערך מתאים לרעש המדדידה.

התוצאות שהתקבלו מתוארות בתרשימים הבאים. בגרפים אלו, מטריצת קוואריאנס השגיאה,  $P(-)$  תסומן כ-Pm.

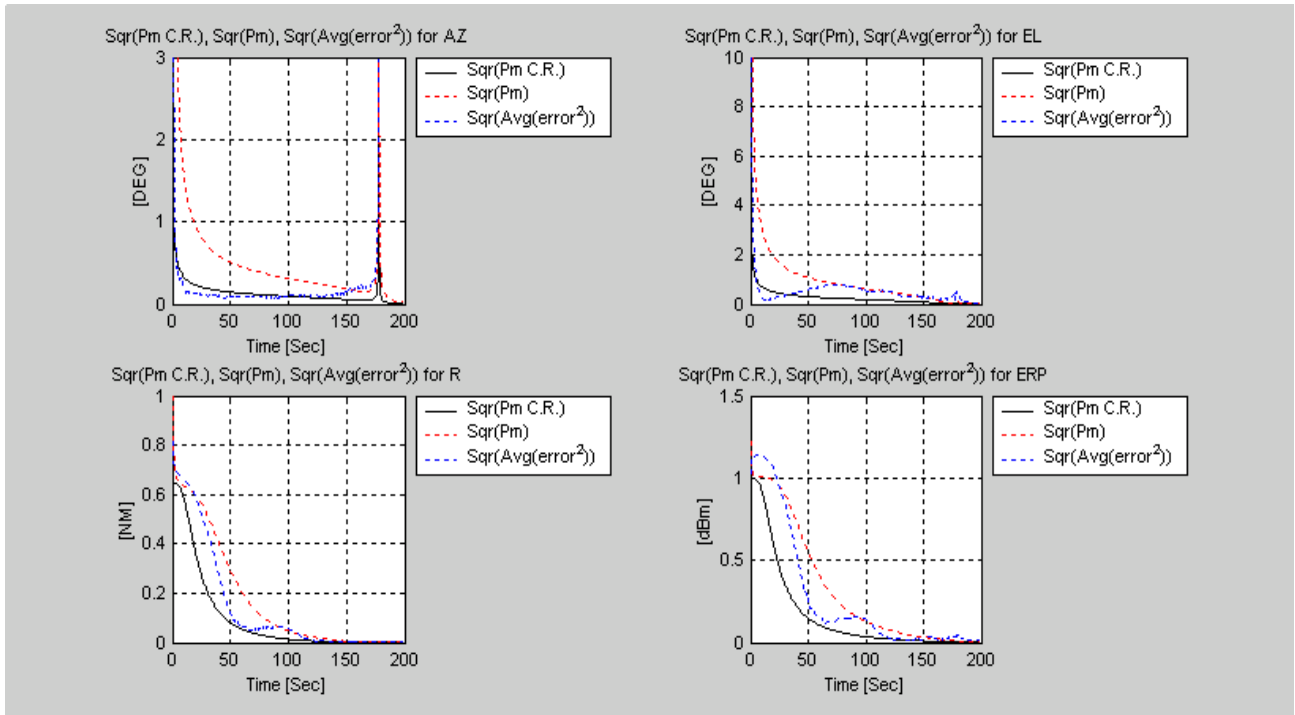




תרשים 70. 4 – חסם Cramer Rao עבור יעף מספר 1



תרשים 71. 4 – חסם Cramer Rao עבור יעף מספר 2



תרשים 72. 4 – חסם Cramer Rao עבור יעף מספר 3

### מסקנה

מתוצאות החסם ניתן לראות כי השגיאות נמצאות בתוך שרוול מטריצת קוואריאנס השגיאה. לעומת זאת החסם קטן יותר מהשגיאה המתקבלת. לאור הטיית מטריצת הקוואריאנס של הרעש, בתחילת היעף השגיאות יכולות להיות רחוקות יותר מהחסם מאשר בסוף היעף. עם זאת, לאחר כ-100 שניות שערך המשערך מתקרב לחסם וניתן לקבל דיוקי שערך טובים.

## 5. שיפורים וחקירות להמשך

בעבודה זו קיים שימוש ב-EKF תוך הטיית מטריצות Q,R לפיצוי על חוסר הלינאריות. עבודות עכשויות מציעות מסנני קלמן בהם ניתן לחשב את מטריצות קוואריאנס השגיאה ללא לינאריזציה. מסנן Particle Kalman Filter מציע לחשב את מטריצת הקוואריאנס ע"י מיצוע העתקת הרבה נקודות תוך הנחת חוק המספרים הגדולים. לעומתו מסנן Unscented Kalman Filter מציע לחשב את מטריצת הקוואריאנס ע"י מיצוע מספר נקודות מחושבות היטב המקרבות את הקוואריאנס הנכון. שימוש בשיטות אלו יכול לשפר את התכנסות הפילטר תוך הגדלת החישוביות. חסם Cramer Rao מראה שהשגיאות המתקבלות גם מתוך מסנן EKF מוטה QR יכול להביא לתוצאות מספיק טובות עם חישוביות נמוכה.

שיפורים נוספים לעבודה זו יכולה להיות במישורים אחרים גם כן כמו :

- הוספת ידע כמו ידע על מבנה גבהי האדמה לשיפור חישובי זווית ההגבהה.
- שילוב עם שיטות אחרות כמו מסוק עם תחנות בסיס או מספר מסוקים.
- איתור מיקום טלפון סלולארי תחת הנחה שהטלפון נע באופן מהיר גם הוא.

## 6. סיכום ומסקנות

בעבודה זו הוצגה דרך נוספת לאיתור מיקום של טלפון סלולארי בקריאות מצוקה. דרך זו משלימה את השיטות הקיימות בשטחים כפריים או באזורים תת-קרקעיים, בהם ההסתברות לקלוט את הטלפון ממספר תחנות בסיס קטנה. השיטה המוצגת בעבודה זו, מבוססת על שערך המיקום באמצעות פילטר קלמן המורחב ממסוק הצלה אשר יוצא לצורך החילוץ וההצלה תוך הטיית מטריצות  $Q, R$ , לשיפור ההתכנסות בשגיאות התחלתיות גבוהות. הגישה המוצגת בעבודה חדשנית בכך שהיא מציגה תפישה של מערך אנטנות יחיד, המבצע את שערך המיקום במהלך תנועה, וע"י כך מבצע מעין טריאנגולציה חכמה על המדידות המתקבלות מהנקודות השונות של התנועה. משערך פילטר הקלמן הותאם לבעיה באופן מיטבי, תוך פיתוח מודל תנועה מדויק המתבסס על נתוני הנווט של המסוק ותוך שימוש במדידות הגולמיות המתקבלות בכל אנטנה לחוד, ללא כל עיבוד מקדים על הנתונים. במהלך השערך מבוצעת אינטגרציה ארוכה בזמן על הנתונים הנמדדים ולכן ניתן להגיע לשגיאות קטנות כתלות בזמן השערך. העבודה מנתחת את יציבות הפילטר ורגישותו לפרמטרים שונים כגון השפעת קצב הדגימה, רגישות לתנאי התחלה וחוסר תאימות בין עקום הקרינה בפועל לעקום הקרינה המיוצג בפילטר. מוצעות דרכים לטיפול בבעיות מעשיות אלו. ביעפי הדוגמא, שגיאות השערך ( $1\sigma$ ) נעו בין מטרים בודדים במקרה בו הפילטר כויל באופן מדויק לאנטנות הקיימות על מסוק ההצלה לבין כ-50 מטר במקרים בהם הפילטר לא היה מכויל למסוק ההצלה. השגיאה נמדדה בזמן בו מסוק ההצלה עדיין לא הגיע לאדם שלחץ על קריאת המצוקה וניתן כאמור להקטין את השגיאות ולהגדיל את הדיוק אם זמן השערך יגדל. דיוקים אלו השוו לחסם Cramer Rao ומראים כי מתקרבים לחסם, לאחר מספיק זמן טיסה. דיוקים אלה טובים מהדיוקים שנקבעו ע"י ה-FCC ולכן במקרים בהם השיטות הקיימות לא מגיעות לדיוקים מספיקים, ניתן להשתמש בשיטה זו. דרך השערך המוצגת בעבודה זו לא מתאימה לכל היישומים בהם נדרש לאתר את מיקום הטלפון הסלולארי מכיוון שבמקרים אלו לא יוצא מסוק הצלה. בנוסף, שיטת שערך זו לא תיתן פתרון מספיק במקרים בהם מופסק השידור ע"י הטלפון, למשל אם הסוללה שלו כבתה או כאשר משמידים את הטלפון. לעומת זאת, שיטה זו מהווה יתרון מבחינת פרטיות המשתמש, מכיוון שמיקום המשתמש אינו ידוע לתחנות ההצלה באופן תמידי, אלא נמצא רק כאשר מבוצעת קריאת המצוקה. בדומה לשיטות האחרות למציאת המיקום, הפרעות Multipath, והעדר Line Of Sight מקטינים את דיוקי השערך, אך מכיוון שהאינטגרציה בשיטה זו גדולה וכן ממסוק קיים בדרך כלל קו ראייה, ניתן להקטין את ההשפעות של הפרעות אלו. ביישום השיטה ניתן להציע מספר שיפורים נוספים למשל, תיקון מדידות הקלמן פילטר תוך תקשורת בין המסוק לתחנות הבסיס הקולטות את הטלפון הסלולארי, שערך שגיאות Bias הקיימות בייצוג עקומי האנטנה של המסוק תוך שערך Bias אלו, הוספת משוואת הטווח מתוך מדידת זמן התפשטות האות באוויר המתוארת בסעיף 3.4.3, הוספת ידע גובה הקרקע לשיפור תוצאות השערך וכו'. פילטרים כמו Unscented Kalman Filter או Particle Kalman Filters יכולים לשפר גם הם את זמן ההתכנסות על חשבון חישוביות גבוהה יותר.

## 7. רשימת מקורות

- [1] FCC Docket 94-102. Report and Order and Further Notice of Proposed Rulemaking in the Matter of Revision of the Commission's Rules to Ensure Compatibility with Enhanced 911 Emergency Calling System., stated June 12, 1996 published July 26, 1996.
- [2] FCC website <http://www.fcc.gov/911/enhanced/>
- [3] Summary and deployment of FCC:  
[http://www.911dispatch.com/911\\_file/wireless911.html](http://www.911dispatch.com/911_file/wireless911.html)
- [4] Ashton Applewhite. What Knows Where You Are? Personal safety in the early days of wireless. Published in IEEE pervasive computing Oct-Dec 2002.
- [5] Yilin Zhao. Standardization of Mobile Phone Positioning for 3G Systems. Published in IEEE communications magazine July 2002.
- [6] Jeffrey H. Reed, Kevin j. Krizman, Brian D. Woerner, and Theodore S. Rappaport. An Overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service, Mobile and portable radio research group (MPRG), Virginia Tech. Published in IEEE Communication Magazine - April 1998
- [7] James J. Caffery, Jr. And Gordon L. Stuber. Overview of Radiolocation in CDMA Cellular Systems, Georgia Institute of Technology Published in IEEE Communication Magazine - April 1998
- [8] Christopher Drane, Malcolm Macnaughtan and Crug Scott. Positioning GSM Telephones, Computer Systems Engineering - University of Technology, Sydney. Published in IEEE Communication Magazine - April 1998
- [9] James J. Zagamu and Steen A. Parl, Signatron Technology Corporation Julian J. Bussgang, Consultant Karen Devereaux Melillo. Providing Universal location Services Using a Wireless E911 Location Network, University of Massachusettes Lowell. Published in IEEE Communication Magazine - April 1998
- [10] Goren M. Djuknic and Robert E. Richton. Geolocation and Assisted GPS. IEEE communications February 2001.
- [11] Yuval Goren. Thesis on Cellular Communication - Comparison of Multiple Access Techniques, Faculty of Engineering, Tel Aviv University - February 1993
- [12] K. Feher. Advanced digital Communication, Prentice-Hall Inc., Chapter 10.
- [13] V.H. MacDonald. The Cellular Concept, Bell Sys. Tech. Journal - Vol 58, pp. 15-42, Jan. 1979.
- [14] A.J. Viterby, J. Shapira and G. Karimi. CDMA Cellular, Seminar by Qualcomm Incorporated and the Technion-Israel, Tel-Aviv, July 1992.

- [15] A. Salmasi and K.S. Gilhousen. On the system design aspects of code division multiple access (CDMA) applied to digital cellular and personal communications network, 41st IEEE VTC, May 1991.
- [16] William C.J. Lee. Mobile communication design fundamentals, Jhon Wiley & Sons Inc. 1993.
- [17] K. Krizman, T. biedka and T. Rappaport. Wireless position location : fundamentals, implementation strategies, and source of error, Proc. IEEE VTC 1997, pp 919-923.
- [18] L. Dumont, M. Fattouche, and G. Morrison. Super resolution of multipath channels in a spread spectrum location system, Elect. Lett., Sept 15 1994, pp. 1583-1584.
- [19] H. Saarnisaari. TLS-ESPRIT in a time delay estimation, Proc. IEEE VTC 1997, pp 1619-1623.
- [20] R. Iltis. Joint estimation of PN code delay and multipath using Extended Kalman Filter, IEEE Trans. Commun., vol. 38, Oct. 1990, pp. 1677-1685.
- [21] Herbert Goldstain. Classical Mechanics, Wesley Publication, 2nd Eddition, pp.137-163.
- [22] Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews. Kalman Filtering - Theory and Practice, Prentice Hall, 1993.
- [23] Thomas M. Cover and Joy A. Thomas. Elements of Inormation Theory, John Wiley & Sons, 2nd Eddition, pp.32-33.
- [24] Theodore S. Rappaport. Wireless Communications Principles & Practice, Prentice Hall 1996.
- [25] William C. Y. Lee. Mobile Cellular Telecommunications Systems, McGraw-Hill 1989.
- [26] Ben Zion Bobrovsky and Moshe Zakai, A Lower Bound on the Estimation Error for Markov Processes, IEEE Trans. On Automatic Control, December 1975
- [27] James H. Taylor, The Cramer-Rao Estimation Error Lower Bound Computation for Deterministic Nonlinear Systems, IEEE Trans. On Automatic Control, Vol AC-24, No. 2, April 1979
- [28] Simon J. Julier and Jeffrey K. Uhlmann, Unscented Filtering and Nonlinear Estimation, IEEE Proceedings of the IEEE, Vol. 92, No. 3, March 2004
- [29] M. Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon, nad Tim Clapp, A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking, IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 50, No.2, February 2002.

## 8. נספחים

## 8.1. תאור מודל פילטר קלמן

פילטר קלמן פותר את בעיה לא סטציונרית באופן אופטימלי כאשר התפלגות המדידות גאוסית בלתי מוטה ומודל התנועה ליניארי. בנוסף לכך הוא פותר את הבעיה באופן רקורסיבי בו ניתן לדעת בכל רגע את השערוך האופטימלי במובן שגיאה ריבועית ממוצעת מינימלית.

## 8.1.1. פילטר קלמן למודלים ליניאריים (KF)

פילטר קלמן מבוסס על הצגת הבעיה באמצעות המודל הליניארי הבא :

$$(8.1) \quad x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$$

כאשר :

וקטור המתאר את מצב המערכת ברגע k.	$x_k$
מטריצת המעבר בין רגע k לרגע k+1.	$A_k$
וקטור המתאר את כניסת המערכת ברגע k.	$u_k$
מטריצת המעבר בין הכניסה למערכת ברגע k לוקטור המצב ברגע k.	$B_k$
וקטור המתאר את רעש המודל. ההנחה שרעש זה גאوسی בלתי תלוי עם תוחלת 0,	$w_k$
כאשר פונקציית ההתפלגות שלו הנה $p(w) = N(0, Q)$ .	

המדידות המבוצעות במערכת מסומנות ב-z ומתוארות באמצעות הקשר הבא לוקטור המצב x.

$$(8.2) \quad z_k = H_k x_k + v_k$$

כאשר :

וקטור המתאר את המדידות ברגע k.	$z_k$
מטריצת המעבר בין וקטור המצב ברגע k למדידה ברגע k.	$H_k$
וקטור המתאר את רעש המדידה. גם עבור רעש זה ההנחה שהוא גאوسی בלתי תלוי עם תוחלת 0, כאשר פונקציית ההתפלגות שלו הנה $p(v) = N(0, R)$ .	$v_k$

נציג את המשערוך הליניארי של x מתוך המדידות z ע"י  $\hat{x}$ .

$$e_k = x_k - \hat{x}_k$$

כאשר שגיאת השערוך הנה :  $e_k = x_k - \hat{x}_k$ . מטרת השערוך היא להביא את תוחלת השגיאה לאפס - שערוך ללא הטיה ואת מטריצת הקוואריאנס של השגיאה למינימום - משערוך אופטימלי.

דרישת המשערך מביאה [23] לפתרון הרקורסיבי הבא :  
 האיטרציה תבוצע בשני שלבים :

שלב א - חיזוי - צפי הערך הבא מתוך הערך הקודם והתנהגות המערכת ברגע k.

$$(8.3) \quad \hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k^- + B_k u$$

$$(8.4) \quad P_{k+1}^- = A_k P_k^- A_k^T + Q_k$$

כאשר :

וקטור חיזוי המצב ברגע k.  $\hat{x}_k^-$

מטריצת קוואריאנס של השגיאה ברגע k.  $P_k^-$

שלב ב - תיקון - עדכון השערוך בהתאם למדידה ולצפי המדידה.

$$(8.5) \quad K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

$$(8.6) \quad \hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-)$$

$$(8.7) \quad P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

כאשר :

מטריצת ההגבר ברגע k.  $K_k$

וקטור השערוך ברגע k.  $\hat{x}_k$

מטריצת הקוואריאנס של השגיאה ברגע k.  $P_k$

תנאי התחלה :

בפעם הראשונה מניחים את תנאי ההתחלה האופטימליים הבאים ומבצעים על פיהם את שלב ב'.

$$(8.8) \quad \hat{x}_k^- = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z \approx z_0$$

$$(8.9) \quad P_k^- = (H^T R^{-1} H)^{-1} = E(vv^T) = R$$

במהלך האיטרציות המשערך הולך ומתקרב לערך האמיתי כך שהמשערך ברגע הבא מסתמך יותר על המשערך ברגע הקודם ולא על המדידות. באמצעות המדידות מתקנים את השערוך בכל רגע כך שיתאים לערך הצפוי. מטריצת הקוואריאנס P קטנה עם הזמן וההגבר K מתייצב במהרה על ערך קבוע (כאשר מטריצות הקוואריאנס של המודל והמדידות Q,R קבועות)



## 8.1.2. פילטר קלמן למודלים לא ליניאריים (EKF).

במקרים רבים, פילטר קלמן יכול לפתור את הבעיה באופן מספיק טוב גם כשייצוג הבעיה אינו ליניארי כפי שמופיע במשוואות 1. 8 ו- 2. 8 או כאשר מודל הרעש אינו גאוסי. במקרה בו מודל התנועה או המדידות אינם ניתנים לייצוג באופן ליניארי משתמשים בפילטר קלמן המורחב (Extended Kalman Filter) לפתרון הבעיה. במודל הלא ליניארי משתמשים במשוואות הבאות לייצוג התהליך :

$$(8.10) \quad x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k)$$

כאשר :

$x_k$  וקטור המתאר את מצב המערכת ברגע  $k$ .  
 $u_k$  וקטור המתאר את כניסת המערכת ברגע  $k$ .  
 $w_k$  וקטור המתאר את רעש המודל. ההנחה שרעש זה גאוסי בלתי תלוי עם תוחלת 0, כאשר פונקציית ההתפלגות שלו הנה  $p(w) = N(0, Q)$ .

מודל המדידות מתואר באופן הבא :

$$(8.11) \quad z_k = h(x_k, v_k)$$

כאשר :

$z_k$  וקטור המתאר את המדידות ברגע  $k$ .  
 $v_k$  וקטור המתאר את רעש המדידה. גם עבור רעש זה ההנחה שהוא גאוסי בלתי תלוי עם תוחלת 0, כאשר פונקציית ההתפלגות שלו הנה  $p(v) = N(0, R)$ .

נפתח את משוואה 8.10 לטור טיילור מסדר ראשון סביב הנקודות  $\hat{x}_k, u_k, 0$  :

$$(8.12) \quad x_{k+1} \approx f(\hat{x}_k, u_k, 0) + F(x_k - \hat{x}_k) + \cancel{U(u_k - u_k)} + W(w_k - 0)$$

$$x_{k+1} \approx f(\hat{x}_k, u_k, 0) + F(x_k - \hat{x}_k) + Ww_k$$

כאשר  $F$  הנה מטריצת היעקוביאן של הנגזרות החלקיות של  $f$  לפי  $x$  :

$$(8.13) \quad F_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k, u_k, 0)$$

$W$  הנה מטריצת היעקוביאן של הנגזרות החלקיות של  $f$  לפי  $w$  :

$$(8.14) \quad W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_k, u_k, 0)$$

לפי משוואה 8.10, ניתן לומר כי :

$$(8.15) \quad \hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k, u_k, 0)$$

ולכן נרשום את משוואה 8.12 באופן הבא :

$$(8.16) \quad x_{k+1} \approx \hat{x}_{k+1} + F(x_k - \hat{x}_k) + Ww_k$$

נסמן :

$$(8.17) \quad \begin{aligned} s_k &= x_k - \hat{x}_k \\ \varepsilon_k &= Ww_k \end{aligned}$$

ונקבל את המשוואה הבאה :

$$(8.18) \quad s_{k+1} \approx F s_k + \varepsilon_k$$

משוואה זו הנה משוואה ליניארית המקרבת את מודל התנועה של הבעיה ובה ניתן להשתמש כמודל פילטר הקלמן הליניארי. כאשר הרעש במודל החדש,  $\varepsilon_k$ , מתפלג לפי  $\varepsilon_k \sim N(0, WQ_k W^T)$ .

באופן דומה נפתח את משוואה 8.11 לטור טיילור מסדר ראשון סביב הנקודה  $\hat{x}_k, 0$  :

$$(8.19) \quad \begin{aligned} z_k &\approx h(\hat{x}_k, 0) + H(x_k - \hat{x}_k) + V(v_k - 0) \\ z_k &\approx h(\hat{x}_k, 0) + H(x_k - \hat{x}_k) + Vv_k \end{aligned}$$

כאשר H הנה מטריצת היעקוביאן של הנגזרות החלקיות של h לפי x :

$$(8.20) \quad H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k, 0)$$

V הנה מטריצת היעקוביאן של הנגזרות החלקיות של h לפי v :

$$(8.21) \quad V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\hat{x}_k, 0)$$

נסמן :

$$(8.22) \quad \begin{aligned} r_k &= z_k - h(\hat{x}_k, 0) \\ \eta_k &= Vv_k \end{aligned}$$

נציב במשוואה 8.19 ונקבל :

(8.23)

$$r_k \approx Hs_k + \eta_k$$

כאשר הרעש במודל זה,  $\eta_k$ , מתפלג לפי  $\eta_k \sim N(0, VR_k V^T)$ .

משוואות 8.18 ו-8.23 מתארות משוואות המתאימות למודל פילטר הקלמן הליניארי. בפתרון המשוואות נניח כי השערוך קרוב לערך האמיתי ולכן נציב  $s_k^- \approx 0$  ולפי משוואה 8.6 נקבל

(8.24)

$$\hat{s}_k^+ = K_k r_k$$

נציב את משוואות 8.17 ו-8.22 ונקבל :

(8.25)

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$$

ומכאן נקבל את המשוואות לשערוך בשיטת EKF :  
שלב א - חיזוי - נקבל ממשוואות 8.15 ו-8.4 :

(8.26)

$$\hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k^-, u_k, 0)$$

(8.27)

$$P_{k+1}^- = F_k P_k F_k^T + W_k Q_k W_k^T$$

שלב ב - עדכון - נקבל ממשוואות 8.5, 8.25 ו-8.7 :

(8.28)

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1}$$

(8.29)

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \underbrace{(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))}_{\text{Innovation}}$$

(8.30)

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

## Summary

Location of the position of cellular phone turned to be a research issue since 1996 after the FCC had published the E-911 cellular phone requirements. According to these requirements, the position of E-911 call of cellular phone should be transferred to Public Safety Answering Points (PSAPs) to provide the appropriate help to the caller. Since the publication of the E-911 requirements, some methods had published using triangulation from several cellular base stations receiving the cellular phone or with using GPS. In rural area, where the cell size is large, or underground places, where the GPS signal is low, the existing methods do not give a complete solution since the probability to receive the phone is small. In this work an alternative solution way proposed to find the position of cellular phone in cases of rescue calls. The proposed way complements the other methods giving the ability to locate the caller in cases the infrastructure was not built. The method proposed in this work is based on estimating the position using QR Adjusted Extended Kalman Filter from a helicopter that takes off to rescue the caller. The way of the estimation based on one antenna array that receives the cellular phone signals and makes a smart estimation of the location while flying toward the caller. In this work an analysis has been made in few areas. Analyzing the existing methods, the way they work and the achieved accuracy for those methods. This analysis has been made for comparison of the proposed model to the existing methods. First, the Kalman filter has been fitted specifically to the problem by the development of accurate motion model based on the navigation data of the helicopter and using the measurements directly from the antennas without further processing. This model gives the ability to integrate the position through a long time making the error smaller as the time of the estimation past. Simulations for accuracy measurements and Cramer Rao comparison had been made. In addition, the sensitivity to sampling rate, sensitivity to initial errors and model errors had been examined. QR Adjusted Kalman filter was analyzed in order to reach more stability of the filter. In sample flight paths the position errors were several meters in the case that the antenna model fitted the real pattern to 50 meters in the case that the antenna model did not fit to the real pattern. These position errors are better than the requirements of the FCC and when the other methods can not give the position of the caller the method proposed in this work could be used. In addition, performance estimation comparing to the conventional EKF or modern estimators such as Unscented Kalman Filter or Particles Kalman Filter has been made. The QR Adjusted Kalman Filter gets high accuracy comparing to the conventional EKF while still have lower computation complexity comparing to the modern estimators.

# Contents

<b>1. Preface</b> .....	<b>2</b>
1.1 <i>FCC E-911 requirements</i> .....	4
1.2 <i>General overview of the existing solutions</i> .....	5
1.3 <i>Description of the proposed solution</i> .....	7
1.4 <i>Other applications where the proposed solution could be used</i> .....	12
1.5 <i>Work structure</i> .....	12
<b>2 Technical background</b> .....	<b>13</b>
2.1 <i>The way cellular phones work</i> .....	13
2.2 <i>The challenges in position location</i> .....	14
2.2.1    Multipath issue .....	14
2.2.2    No Line Of Sight (LOS) .....	15
2.2.3    Near far problem .....	15
2.2.4    Receive signal in small number of base stations.....	15
2.2.5    Existing of reverse link.....	16
2.2.6    Height differences between the phone and base stations .....	16
2.3 <i>The location methods developed till now</i> .....	17
2.3.1    Classification of location finding systems .....	17
2.3.2    Using GPS and Assisted-GPS .....	17
2.3.3    Using Signal Strength method .....	18
2.3.4    Using AOA - Angle of Arrival method .....	19
2.3.5    Using TOA - Time of Arrival method.....	20
2.3.6    Using TDOA - Time difference of Arrival method .....	20
2.3.7    Benchmark of existing methods .....	21
2.4 <i>Mathematical models needed</i> .....	23
2.4.1    Electromagnetic wave propagation.....	23
2.4.2    Thermal noises .....	24
<b>3 The Proposed solution</b> .....	<b>26</b>
3.1 <i>System description</i> .....	26
3.2 <i>Motion model</i> .....	27
3.3 <i>Motion model considerations</i> .....	31

3.3.1	Using of UTM coordination system .....	31
3.3.2	Using Polar vs. Cartesian body vector.....	31
3.3.3	Motion model with Polar coordinates .....	33
3.4	<i>Measurement model</i> .....	37
3.4.1	Processed measurements .....	37
3.4.2	Raw measurements .....	38
3.4.3	Measurements representations in TDMA and CDMA systems .....	40
3.5	<i>Antenna patterns model</i> .....	41
<b>4</b>	<b>Implementation considerations and simulations .....</b>	<b>43</b>
4.1	<i>Flight paths description</i> .....	43
4.2	<i>Affect of sample rate</i> .....	45
4.2.1	P(+) and P(-) for different sample rates.....	49
4.2.1	The difference between P(+) and P(-) .....	51
4.2.2	Position error graphs .....	54
4.3	<i>Sensitivity to initial conditions</i> .....	56
4.3.1	Solution of initial condition sensitivity with $\delta$ changes .....	59
4.3.2	Solution of initial condition sensitivity with noise covariance Q changes.....	63
4.4	<i>Noise</i> .....	65
4.5	<i>Unmatched between the real antenna pattern and it's representation</i> .....	76
4.5.1	Representing antenna pattern with 8 degree polynomial .....	76
4.5.2	Representing antenna pattern with 15 degree polynomial .....	79
4.5.3	Representing antenna pattern with 25 degree polynomial .....	82
4.6	<i>Estimation of Cramer Rao bound</i> .....	87
<b>5</b>	<b>Improvements and future investigation .....</b>	<b>90</b>
<b>6</b>	<b>Summary and conclusions.....</b>	<b>91</b>
<b>7</b>	<b>List of references.....</b>	<b>92</b>
<b>8</b>	<b>Appendixes .....</b>	<b>94</b>
8.1	<i>Kalman Filter description</i> .....	94
8.1.1	Linear Kalman Filter (KF).....	94
8.1.2	Non Linear Extended Kalman Filter (EKF) .....	96

# **TEL AVIV UNIVERSITY**

THE IBY AND ALADAR FLEISCHMAN FACULTY OF ENGINEERING

Department of Electrical Engineering - Systems

## **LOCATING THE POSITION OF MOBILE PHONE EMERGENCY CALLS USING ESTIMATION BY A QR ADJUSTED KALMAN FILTER FROM A RESCUE HELICOPTER**

Thesis submitted toward the degree of  
Master of Science in Electrical and Electronic Engineering  
in Tel-Aviv University

by

**Nir Ben-Dvora**

This research work was carried out at Tel-Aviv University  
in the Department of Electrical Engineering - Systems,  
Faculty of Engineering  
under the supervision of Prof. Ben-Zion Bobrovsky

August 2004

**TEL AVIV UNIVERSITY**

THE IBY AND ALADAR FLEISCHMAN FACULTY OF ENGINEERING

Department of Electrical Engineering - Systems

**LOCATING THE POSITION OF  
MOBILE PHONE EMERGENCY CALLS  
USING ESTIMATION BY A QR  
ADJUSTED KALMAN FILTER FROM A  
RESCUE HELICOPTER**

Thesis submitted toward the degree of  
Master of Science in Electrical and Electronic Engineering  
in Tel-Aviv University

by

**Nir Ben-Dvora**

August 2004